

Федеральное агентство по образованию
ГОУ ВПО «Новосибирский государственный педагогический университет»

Т.А. Ермоленко, М.А. Федосеева

ОСНОВЫ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Утверждено Редакционно-издательским советом НГПУ

в качестве учебного пособия

Новосибирск 2006

УДК 514(075)

ББК 22.151.34. я 73-1

Е 744

Печатается по решению

Редакционно-издательского совета НГПУ

Рецензенты:

Доктор технических наук, профессор,

зав. кафедрой инженерной графики и компьютерного моделирования НГАВТ

С.Н. Коротков

Кандидат педагогических наук, доцент,

зав. кафедрой СГУПС

Т.В. Андрюшина

Кафедра декоративно-прикладного искусства и дизайна

Института искусств НГПУ

Е 744 Ермоленко, Т.А.

Основы начертательной геометрии: учебное пособие / Т.А. Ермоленко, М.А. Федосеева. – Новосибирск: Изд. НГПУ, 2006. – 83 с.

В работе изложены основы методов проецирования, образования поверхностей и их изображения на плоскостях, способы решения задач на построение сечений тел плоскостями, рассмотрены основы аксонометрических проекций. Кроме того, пособие содержит индивидуальные варианты и образцы выполнения контрольных работ, требования и рекомендации к их правильному оформлению. В приложении рассказывается о практическом использовании аксонометрии в изобразительном искусстве.

Пособие предназначено для студентов заочной и вечерней форм обучения Института искусств НГПУ.

УДК 514 (075)

ББК 22.151.34. я 73-1

© Ермоленко Т.А., Федосеева М.А., 2006

© ГОУ ВПО «Новосибирский государственный педагогический университет», 2006

ВВЕДЕНИЕ

Начертательная геометрия является наивысшим средством развития той таинственной способности человеческого духа, которая зовется воображением и которая является ступенью к другой царственной способности – фантазии, без которой почти не совершаются великие открытия и изобретения¹.

Н.А. Рынин

В наше время сложно найти вид деятельности, где в той или иной степени не приходилось бы прибегать к помощи чертежей. Чертеж является интерпрофессиональным языком общения, позволяющим передавать мысли одного человека другому, воспроизводить на бумаге замысел, существующий лишь в воображении инженера или дизайнера.

Начертательная геометрия – это фундаментальная наука, которая изучает методы отображения трехмерных моделей на чертеже и способы решения различных задач, позволяя делать это точно, просто, наглядно. Ее основоположником считается Гаспар Монж (1746 – 1818). «О заслуге Монжа перед практикой можно судить по тому факту, что его работа в течение 20 лет была засекречена руководством Мезьерской школы, обязавшей автора ни письменно, ни устно не разглашать свое открытие. До него различные метрические задачи, возникающие при строительстве военных укреплений и крепостей, решались преимущественно аналитическим путем.

Монж свел их к геометрическим построениям. Оказалось, что на чертеже можно не только строить фигуры заданных размеров, но и заставлять их пересекаться; можно их вращать, находить точки и линии пересечения, определять натуральные величины углов и отрез-

¹ Рынин Н.А. Значение начертательной геометрии и сравнительная оценка ее методов. – СПб., 1907. – С. 1.

ков; можно, не пользуясь образцами и моделями, точно строить новое сооружение, избегая тех "великолепных нелепостей", когда балка не достигает стены, стойка не садится на свое место, а лестница повисает в воздухе»¹.

Являясь основой технической грамоты, начертательная геометрия развивает логическое мышление и пространственное представление, что необходимо не только для техника и инженера, но и для педагогов общетехнических дисциплин, а также руководителей кружков художественно-технического творчества.

¹ *Воротников И.А.* Метод Монжа в обучении основам проецирования // Школа и производство. – 1981. – № 3. – С. 52 – 55.

1. ПОРЯДОК ИЗУЧЕНИЯ КУРСА «ОСНОВЫ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ»

Начертательная геометрия изучается в первом семестре. На лекциях рассматриваются основные темы курса, алгоритмы решения типовых задач, а на практических занятиях закрепляются теоретические основы и с помощью преподавателя решаются задачи.

При изучении данной дисциплины следует придерживаться общих указаний:

1. Начертательную геометрию необходимо изучать последовательно и систематически, так как последующий материал опирается на ранее изученный. Если же студент по какой-либо причине пропустил лекцию, то он должен самостоятельно изучить и законспектировать данную тему.

2. Прослушанный на лекциях и прочитанный в учебной литературе теоретический материал необходимо понять и усвоить, а зубрить или пытаться механически запомнить начертательную геометрию бесполезно.

3. Большую помощь в изучении курса окажет хороший конспект, сопровождаемый формулировками, выводами и аккуратно выполненными чертежами. При их выполнении рекомендуется пользоваться цветными карандашами (2 – 3 цвета), что поможет выделить основные этапы при решении сложных задач.

4. Поняв теоретический материал, можно переходить к решению задач и выполнению графических работ. Но сначала надо попытаться представить себе геометрические образы и их положение в пространстве, алгоритм решения, т.е. последовательность выполнения операций.

5. В процессе изучения курса целесообразно прибегать к моделированию изучаемых геометрических форм и их сочетаний (из бумаги, пенопласта, пластических материалов и др.), что будет способствовать развитию пространственного воображения и мышления.

6. Если в процессе изучения у студента возникли трудности, он может обратиться за консультацией к преподавателю, ведущему практические занятия.

2. ТРЕБОВАНИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ

Графические работы являются основной формой отчетности студента по усвоению пройденного материала и итоговой формой контроля его успеваемости.

Каждое задание (лист) имеет индивидуальный вариант, номер которого соответствует порядковому номеру студента в журнале преподавателя.

Выполненные задания должны быть сданы в установленные сроки лично преподавателю, ведущему практические занятия. При этом студент должен быть готов к объяснению решения любой из задач на данном чертеже и ответить на вопросы по существу построений. Преподаватель вправе аннулировать представленное задание и выдать новое, если при собеседовании убедится, что студент выполнил работу не самостоятельно.

Если в работе есть ошибки, недочеты в графике, то чертеж возвращается на исправление и доработку.

Утерянные по вине студента работы восстанавливаются им в обязательном порядке.

Все чертежи выполняются карандашом с помощью чертежных инструментов.

На эпюрах по начертательной геометрии точки желательно вычерчивать с помощью трафаретов в виде окружностей диаметром 1,5–2 мм. Все основные построения должны быть сохранены.

Задания первого семестра выполняются на листах формата А3 (297 x 420).

Каждый лист должен располагаться горизонтально, иметь рамку и основную надпись. Рамка выполняется сплошной толстой линией с трех сторон от линий обреза на расстоянии 5 мм, а слева – 20 мм для подшивки.

В правом нижнем углу вплотную к рамке должна быть выполнена основная надпись, размеры которой даны на рис. 2.1, а содержание граф следующее: 1 – название листа, например, «Сечение тел плоскостями»; 2 – слово «Чертил»; 3 – слово «Принял»; 4 – фамилия, инициалы студента; 5 – фамилия и инициалы преподавателя; 6 – подпись студента; 7 – дата; 8 – НГПУ ИИ гр. ____.

Графы 6 и 7 заполняются пастой, остальные надписи выполняются карандашом чертежным шрифтом, примеры которого приведены на рис. 2.4 – 2.5.

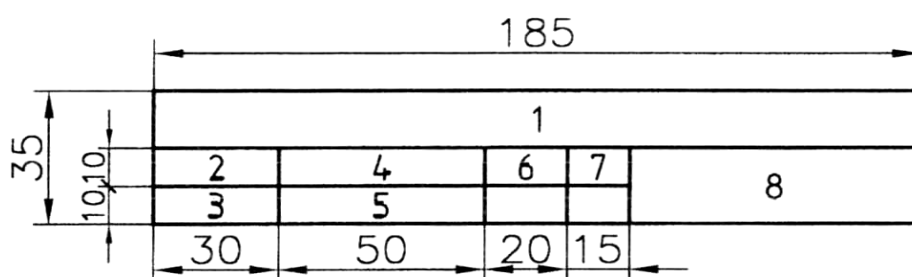


Рис. 2.1. Размеры основной надписи

Качество графического исполнения чертежа во многом зависит от чертежных инструментов и правильной подготовки их к работе, а также от навыков работы с ними.

В обязательный минимум инструментов и материалов входят: готовальня, линейка, два треугольника (лучше деревянные – один с углами 90°, 30°, 60°, другой – 90°, 45°, 45°), карандаши простые (Т, ТМ, М), стиральная резинка, нож для затачивания карандашей, бумага наждачная и чертежная.

Чертежные карандаши выпускаются различной твердости: М, 2М, 3М, 4М, 6М, В – мягкие; Т, 2Т, 3Т, 4Т, 5Т, 7Т, Н – твердые; ТМ, НВ, СТ – средней твердости. Здесь цифры перед буквами М и Т указывают на степень соответственно мягкости и твердости карандаша: чем цифра больше, тем он мягче или же, наоборот, тверже.

Для вычерчивания в тонких линиях используют карандаши Т, ТМ, НВ, затачивают их в виде конуса (рис. 2.2). Обводят чертеж более мягким карандашом марки М, 2М, который затачивают в виде плоской лопатки (рис. 2.2), что позволяет проводить линии одинаковой толщины. Выбор карандаша зависит от качества бумаги, и, правильно подобранный, он не должен резать бумагу или размазываться на ней. Затачивают карандаши на мелкозернистой наждачной бумаге.

В циркуле игла должна быть слегка длиннее графита (см. рис. 2.3). Для соблюдения необходимой толщины и яркости при обводке изображений графит в обойме циркуля затачивается в виде плоской лопатки и должен быть на один порядок мягче, чем в карандаше. Циркуль при работе следует устанавливать перпендикулярно плоскости листа бумаги и вращать только в одном направлении.

Во время работы графит периодически подправляют на мелкозернистой наждачной бумаге, которую обычно накладывают на картон и сгибают пополам, чтобы не пачкать другие принадлежности.

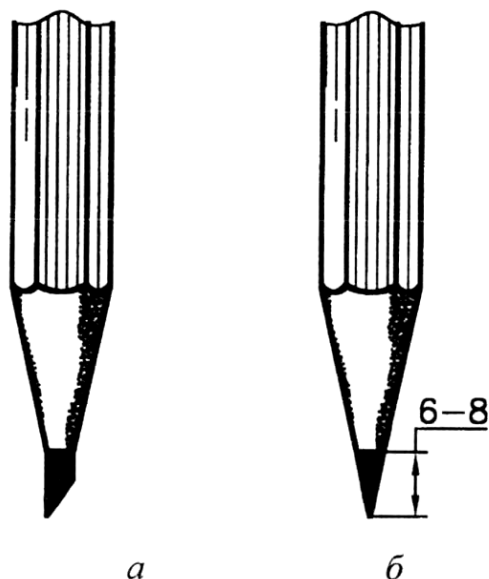


Рис. 2.2. Приемы заточки карандашей:
а – «лопатка»; б – «конус»

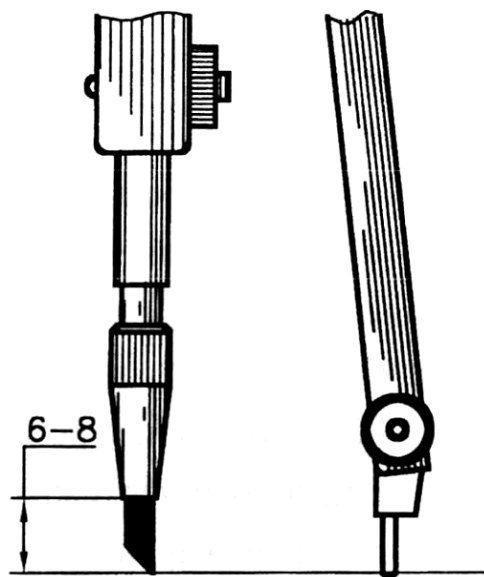


Рис. 2.3. Подготовка
циркуля к работе

2.1. ШРИФТЫ ЧЕРТЕЖНЫЕ.

ГОСТ 2.304-81

ГОСТом 2.304-81 установлены следующие размеры шрифта: $(1,8)^1$; 2,5; 3,5; 5; 7; 10; 14; 20; 28; 40.

Размер шрифта h – высота прописных букв в миллиметрах, измеряемая перпендикулярно основанию строки.

Существуют следующие типы шрифта (d – толщина линий шрифта):

- А без наклона ($d = 1/14 h$);
- А с наклоном около 75° ($d = 1/14 h$);
- Б без наклона ($d = 1/10 h$);
- Б без наклона около 75° ($d = 1/10 h$).

Наиболее часто применяют шрифт типа Б с наклоном, конструкция которого показана на рис. 2.4 – 2.5, а его основные параметры приведены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Параметр шрифта	Относительный размер		Размеры, мм							
Размер шрифта:			2,5	3,5	5	7	10	14	20	
высота прописных букв	$(10/10) h$	$10d$								
высота строчных букв	$(7/10) h$	$7d$	1,8	2,5	3,5	5	7	10	14	
Расстояние между буквами	$(2/10) h$	$2d$	0,5	0,7	1	1,4	2	2,8	4,0	
Минимальный шаг строк (высота вспомогательной сетки)	$(17/10) h$	$17d$	4,3	6,0	8,5	12	7	24	34	
Минимальное расстояние между словами	$(6/10) h$	$6d$	1,5	2,1	3,0	4,2	6,0	8,4	12	
Толщина линий шрифта	$(1/10) h$	d	0,25	0,3	0,5	0,7	1,0	1,4	2,0	

¹ Данный размер не рекомендуется применять.

АБВГДЕЖЗИЙК

ЛМНОПРСТУФХ

ЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ

абвгдежзийклм

нопрстуфхцчш

щъыьэюя

Рис. 2.4. Шрифт чертежный (прописные и строчные русские буквы)

A B C D E F G H I J K L M

N O P Q R S T U V W

X Y Z

a b c d e f g h i j k l m n o p

q r s t u v w x y z

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Рис.2.5. Шрифт чертежный

(латинские прописные и строчные буквы, цифры)

При выполнении надписей строчными буквами толщина обводки должна быть такая же, как у прописных (рис. 2.6).

Расстояние между буквами, соседние линии которых не параллельны между собой, например, ГА, АТ, ГД, РА, может быть уменьшено наполовину, т.е. на толщину d линии шрифта.

Для правильного выполнения надписей крупного размера (10 и выше) используют вспомогательную сетку, образованную тонкими линиями, в которую вписываются буквы. Шаг вспомогательной сетки равен толщине линий шрифта $d = 1/10h$. Для проведения параллельных линий под углом 75° следует использовать два треугольника (см. рис. 2.7). Для более мелких надписей (7; 5; 3,5; 2,5) достаточно провести лишь две параллельные горизонтальные прямые, а для контроля угла 75° – несколько наклонных прямых с интервалом 10–20 мм.

Буквы и цифры следует выполнять по частям, допуская движение руки только по двум направлениям – сверху вниз и слева направо.



Рис. 2.6. Написание текста без модульной сетки

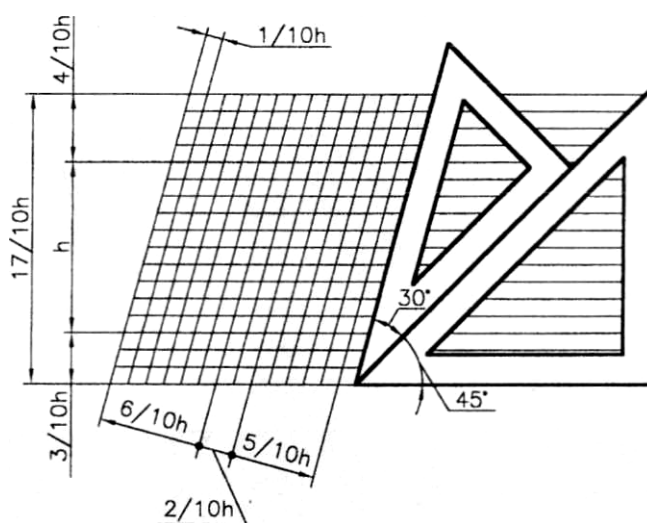


Рис. 2.7. Выполнение модульной сетки

2.2. ЛИНИИ. ГОСТ 2.303-68

Наименование, начертание, толщина и основное назначение линий, применяемых на чертежах, приведены в табл. 2.2. Их толщина зависит от толщины сплошной основной линии ($s = 0,5\text{--}1,4\text{ мм}$).

Длину штрихов в штриховых и штрихпунктирных линиях следует выбирать в зависимости от величины изображения. Штрихи и промежутки между ними должны быть приблизительно одинаковой длины.

Таблица 2.2

Наименование	Начертание	Толщина линии по отношению к толщине основной линии	Основное назначение
1. Сплошная толстая основная		s	<ul style="list-style-type: none"> • Линии видимого контура • Линии перехода видимые
2. Сплошная тонкая		От $s/3$ до $s/2$	<ul style="list-style-type: none"> • Линии размерные и выносные • Линии перехода воображаемые • Следы плоскостей, линии построения характерных точек при специальных построениях
3. Сплошная волнистая		От $s/3$ до $s/2$	<ul style="list-style-type: none"> • Линии обрыва • Линии разграничения вида и разреза
4. Штриховая		От $s/3$ до $s/2$	<ul style="list-style-type: none"> • Линии невидимого контура • Линии перехода невидимые
5. Штрихпунктирная тонкая		От $s/2$ до $s/3$	Линии осевые и центровые

Вопросы для самопроверки

1. Какой линией следует обводить видимый контур?
2. Для чего на чертежах применяют штриховую линию?
3. Какой линией проводят оси проекций, а какой – оси симметрии?
4. Какие существуют номера шрифтов?
5. Что подразумевается под номером шрифта?
6. Одинакова или разная толщина обводки прописных и строчных букв одного и того же номера шрифта?

3. МЕТОДЫ ПРОЕЦИРОВАНИЯ

При создании машин, установок, различных предметов, окружающих нас в быту, на работе и отдыхе, при строительстве различных сооружений используют их изображения на плоскости. Никакое словесное описание, точный рисунок не дадут полной информации о форме и размерах отдельных деталей. И только чертежи обладают такими свойствами, а начертательная геометрия является теоретической базой их создания.

Основными задачами курса начертательной геометрии являются:

- 1) построение изображений или чертежей любых геометрических образов, начиная с точки и заканчивая сложными формами;
- 2) решение различных задач (метрических и позиционных) в пространстве при помощи чертежей на плоскости.

Любая наука характеризуется методами, которыми она пользуется для познания окружающего нас действительного мира. Основным методом начертательной геометрии – *метод проецирования*¹. Помимо этого существуют и другие методы, незаменимые в самых различных областях. Так, *метод ортогонального проецирования* применяют в технике, в инженерной графике, в строительстве и архитектуре, он лежит в основе построения всех чертежей.

Метод проекций с числовыми отметками используют при проектировании и изображении инженерных сооружений, расположенных на топографических поверхностях (каналы, плотины, железные и автомобильные дороги и т.д.).

Метод центрального проецирования нашел свое применение в перспективных проекциях, используемых в архитектуре и изобразительном искусстве. Перспектива является основой геометрической структуры рисунка.

¹ От латинского слова *projicere* – бросать вперед.

Кроме перечисленных существует *метод аксонометрических проекций*, который позволяет получать на плоскости изображения предметов любой сложности и широко используется во многих областях науки, техники, в изобразительном искусстве.

3.1. МЕТОД ЦЕНТРАЛЬНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ

Центральным называется такое проецирование, при котором все проецирующие лучи исходят из одной точки S - центра проецирования.

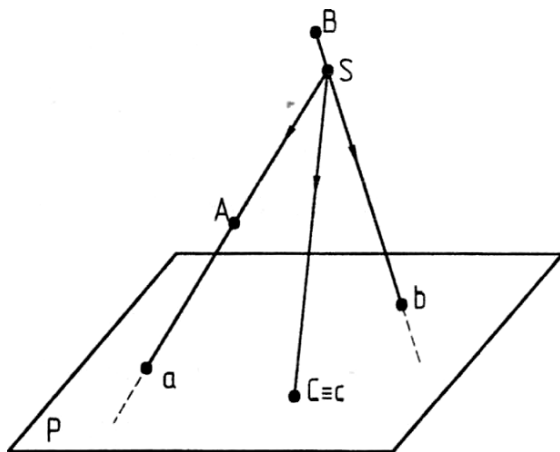


Рис. 3.1. Модель центрального проецирования

Пусть дана плоскость P и точка S вне ее (рис. 3.1). Возьмем в пространстве точку A и проведем через нее и точку S прямую до пересечения с плоскостью P в точке a . Эта точка называется **проекцией точки A** ; плоскость P – **плоскостью проециций**; точка S – **центром проециций**; прямая SAa – **проецирующей прямой**, или **лучом**.

Проецирование можно выполнить для любой точки пространства, причем не имеет значения, где находится точка – выше центра S (рис. 3.1, точка B) или ниже (рис. 3.1, точки A и C). Исключением являются точки, находящиеся в одной с точкой S плоскости, параллельной плоскости P .

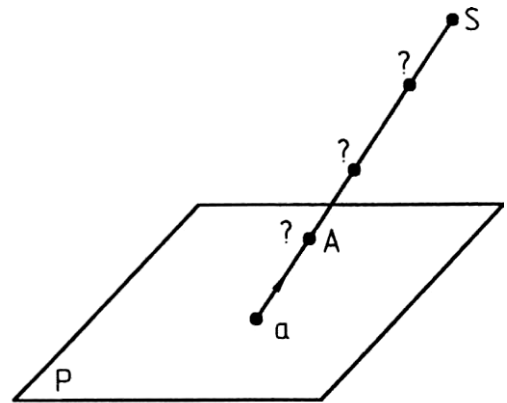


Рис. 3.2

Теперь решим обратную задачу – по заданной проекции a на плоскости определим положение самой точки A в пространстве (рис. 3.2). Со-

единим лучом проекцию с центром S и убедимся в том, что по ней невозможно определить положение образа в пространстве.

3.2. МЕТОД ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ

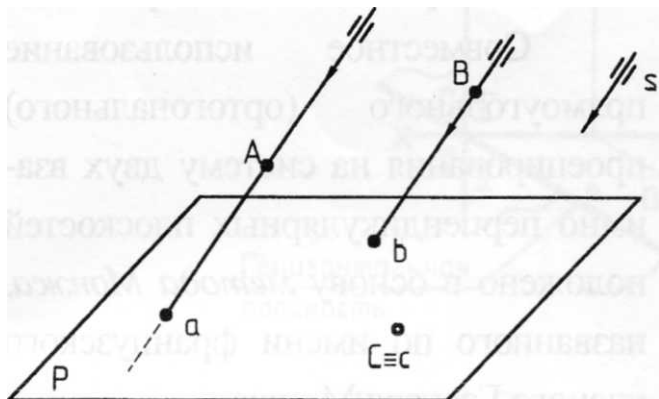


Рис. 3.3. Модель параллельного проецирования

Как и в предыдущем случае, возьмем плоскость проекций P , но вместо центра проекций S зададим *направление проецирования s* (рис. 3.3). Для построения проекции любой точки пространства проведем проецирующую прямую через заданную точку параллельно направлению s . Например, точка a есть **параллельная проекция точки A** .

Параллельное проецирование представляет собой частный случай центрального, когда центр проекций S удален на бесконечно большое расстояние от плоскости проекций P .

Если направление проецирования s составляет с плоскостью P угол, отличный от прямого, – то это *косоугольное проецирование*; при расположении направления s перпендикулярно плоскости P мы имеем *ортогональное*, или *прямоугольное проецирование*. В этом случае, как и при центральном проецировании, любой точке пространства соответствует только одна проекция на плоскости, и также нет возможности решить обратную задачу.

Чтобы убедиться в этом, приведем пример. На рис. 3.4 дана одна проекция в виде треугольника, по которой следует представить форму предмета. Как видно, решение задачи далеко не однозначно, так как одна проекция не определяет геометрическую форму образа, и может быть несколько вариантов ответа.

3.3. КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЕЖ МОНЖА

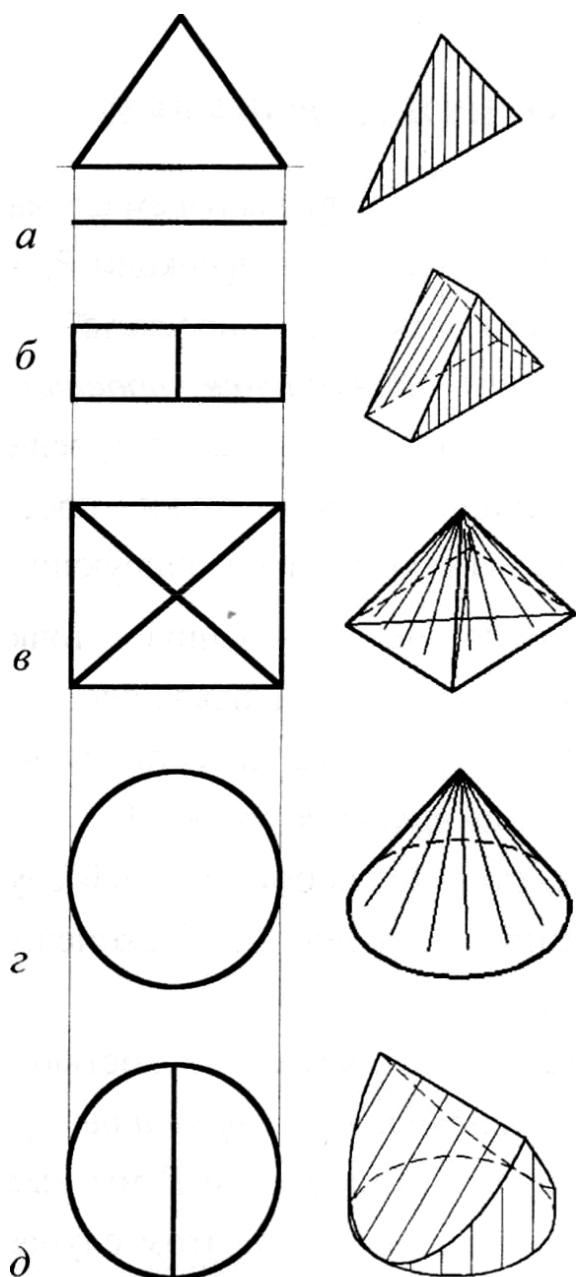


Рис. 3.4. Возможные варианты решения задачи

Чтобы чертеж был обратимым, достаточно воспользоваться системой двух плоскостей проекций.

Совместное использование прямоугольного (ортогонального) проецирования на систему двух взаимно перпендикулярных плоскостей положено в основу *метода Монжа*, названного по имени французского ученого Гаспара Монжа.

Хотя две плоскости проекций вполне определяют положение в пространстве любой точки, все-таки некоторые задачи требуют введения третьей плоскости, перпендикулярной двум первым.

Система этих плоскостей образует восемь пространственных углов (*октантов*), но для упрощения рассмотрим только один угол, так называемый *первый октант* (рис. 3.5).

Плоскость H , расположенная горизонтально, называется *горизонтальной плоскостью проекций*,

перпендикулярны ей плоскости V и W , называемые соответственно *фронтальной* и *профильной плоскостями проекций*. Линии пересечения всех этих плоскостей образуют координатные оси: ось абсцисс – x ; ось ординат – y ; ось аппликаты – z . Точка пересечения координатных осей – начало координат O .

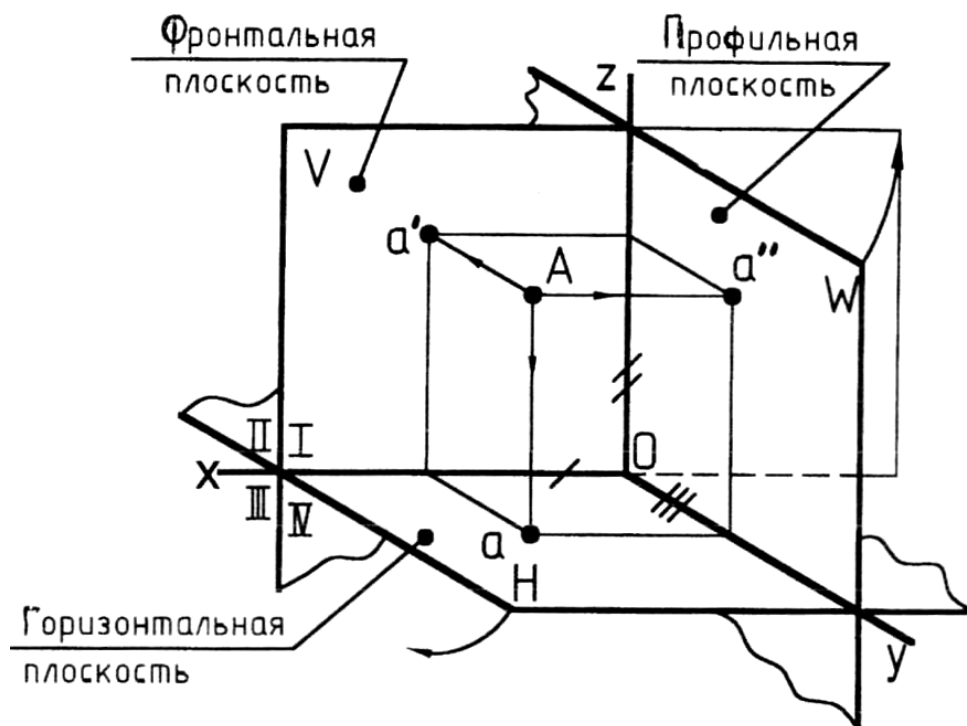


Рис. 3.5. Система трех плоскостей проекций

Возьмем в пространстве точку A и построим ее ортогональные проекции, для чего восстановим из этой точки перпендикуляры на плоскости проекций. Получим следующие проекции точки A : a – горизонтальную; a' – фронтальную; a'' – профильную.

Для того, чтобы построить плоскую модель, плоскости H и W совмещаем с фронтальной плоскостью V , как это показано стрелками на рис. 3.5.

Такой чертеж называется **комплексным**, или **эпюром Монжа** (*epure* – чертеж) (рис. 3.6).

Положение проекций точки A на эпюре однозначно определяется ее тремя координатами, которые записываются следующим образом: $A(x, y, z)$.

По двум проекциям всегда можно построить третью и сделать это разными способами (рис. 3.7).

При отсутствии на чертеже осей всегда есть возможность по двум проекциям построить третью, используя при этом постоянную прямую k_0 , проходящую под углом 45° к направлению осей.

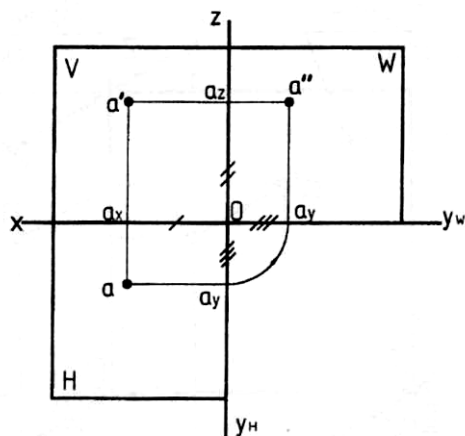


Рис. 3.6. Эпюр Монжа

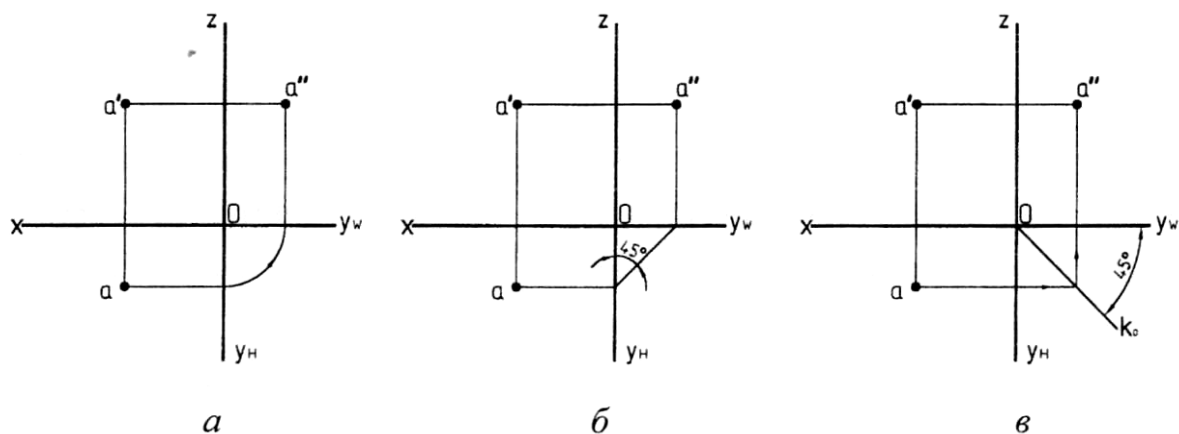


Рис. 3.7. Способы построения профильной проекции точки:

а - при помощи циркульной кривой; *б* - при помощи диагонали квадрата;
в - при помощи биссектрисы k_0

Например, на рис. 3.8 даны горизонтальная и фронтальная проекции шестиугольной призмы. Для построения профильной выполним следующие действия:

- из горизонтальных проекций точек *1* и *2* проведем горизонтальную прямую;
- на свободном поле чертежа построим ребра призмы, проходящие через точки *1* и *2*, – это положение профильных проекций точек *1''* и *2''*;

- из точек $1''$ и $2''$ построим перпендикуляр до пересечения с горизонтальной прямой – получили точку k_Q ;
- через эту точку проведем постоянную прямую комплексного чертежа под углом 45° ;
- теперь находим точки $3''$ и $4''$, $5''$ и $6''$, построение которых показано стрелками на чертеже.

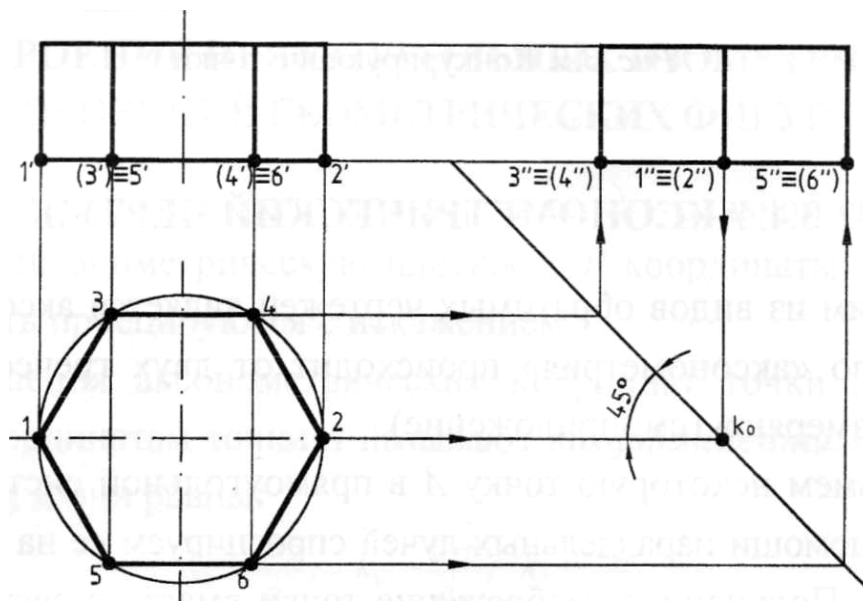


Рис. 3.8. Построение профильной проекции

Рассмотрим еще один немаловажный вопрос – *условия видимости*. Если две точки лежат на одном проецирующем луче, то их проекции совпадают (« \equiv » – знак, которым на чертеже обозначается совпадение). При этом видимой считается точка, которая расположена дальше от плоскости проекций.

На рис. 3.9 видно, что точка A выше точки B . Если посмотреть в направлении s , то на плоскости H точка A перекроет точку B , следовательно, проекция a – видима, b – невидима (взята в скобки).

Вернемся к рис. 3.8, на котором можно наблюдать несколько пар таких точек. Так, точки 3 и 5, 4 и 6 конкурируют относительно плоскости V ; точки 1 и 2, 3 и 4, 5 и 6 – относительно профильной плоскости W .

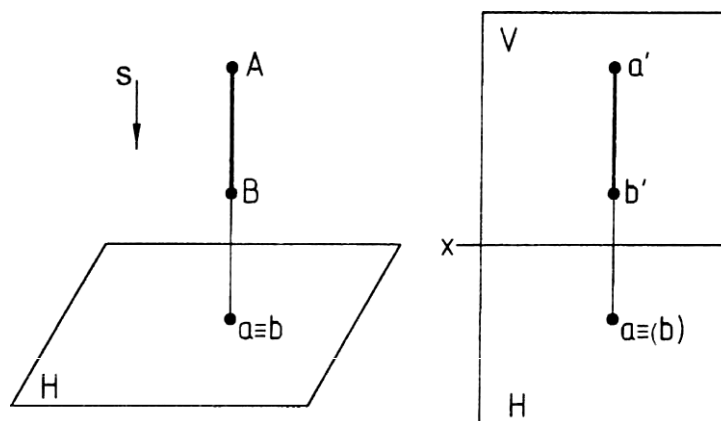


Рис. 3.9. Конкурирующие точки

3.4. АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЙ ЧЕРТЕЖ

Одним из видов обратимых чертежей является аксонометрический. Слово «аксонометрия» происходит от двух греческих слов – «ось» и «измеряю» (см. приложение).

Возьмем некоторую точку A в прямоугольной системе координат и при помощи параллельных лучей спроецируем ее на плоскость P (рис. 3.10). Полученное изображение точки вместе с системой координат и есть *аксонометрическое изображение*.

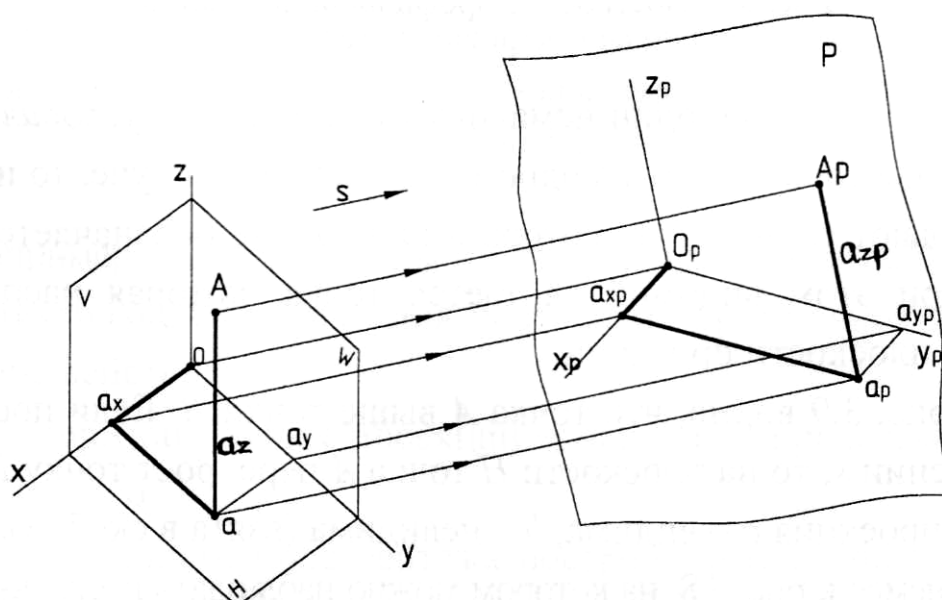


Рис. 3.10. Модель аксонометрического проецирования

Принимая различные положения плоскости P относительно прямоугольной системы координат и выбирая произвольные направления проецирования s , можно получить бесконечное множество аксонометрических изображений одного и того же предмета. Однако на практике в этом нет необходимости, и ГОСТ 2.317-69 устанавливает пять основных аксонометрических проекций, из которых рассмотрим только одну – прямоугольную изометрическую.

3.5. ПОСТРОЕНИЕ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ИЗОМЕТРИЧЕСКИХ ПРОЕКЦИЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР

Из рис. 3.10 видно, что при переносе натуральной системы координат на аксонометрическую плоскость P координаты точки A на эту плоскость проецируются с искажением.

Отношения аксонометрических координат точки A_p к натуральным координатам точки A называют **коэффициентами искажения по осям**, и они равны:

$$k_x = \frac{a_{xp}}{a_x}; \quad k_y = \frac{a_{yp}}{a_y}; \quad k_z = \frac{a_{zp}}{a_z}.$$

Для прямоугольной изометрической проекции $k_x = k_y = k_z = 0,82$. Это *теоретическая (точная) изометрия*.

Но, как правило, на практике пользуются приведенными коэффициентами искажения $k_{np} = 1$. В этом случае построение облегчается, так как по аксонометрическим осям откладывают натуральные координаты, но при этом полученное изображение увеличивается в 1,22 раза ($\frac{1}{0,82} = 1,22$). Такая аксонометрия называется *практической*.

Положение осей рассматриваемой изометрической проекции приведено на рис. 3.12.

Оси в прямоугольной изометрической проекции можно строить разными способами:

- а) с помощью треугольников с углами 30° , 60° , 90° (рис. 3.11, а);
- б) с помощью циркуля (рис. 3.11, б);
- в) с помощью отрезков (рис. 3.11, в).

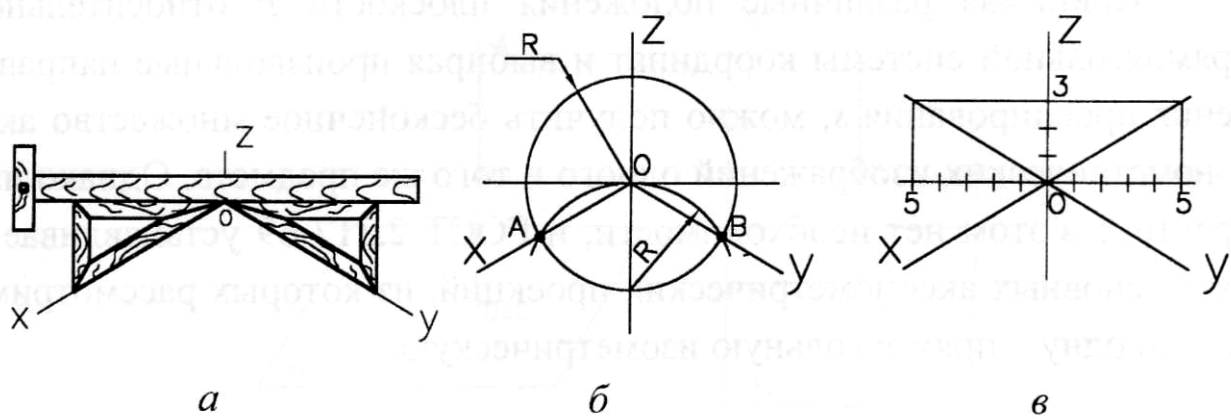


Рис. 3.11. Построение осей в прямоугольной изометрической проекции:
 а - при помощи треугольников и линейки; б - при помощи дуг окружностей;
 в - при помощи отрезков

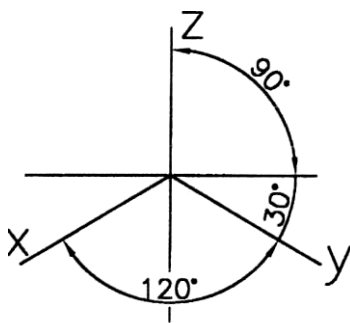


Рис. 3.12. Оси в
 прямоугольной
 изометрии

АксонOMETрическую проекцию любой точки строят при помощи координатной ломаной.

На рис. 3.13 дан пример такого построения для точки A , когда по заданному комплексному чертежу посредством координатной ломанной $x_a-y_a-z_a$ получена аксонометрическая проекция этой точки. Основание a_0 принято называть **вторичной проекцией точки A** .

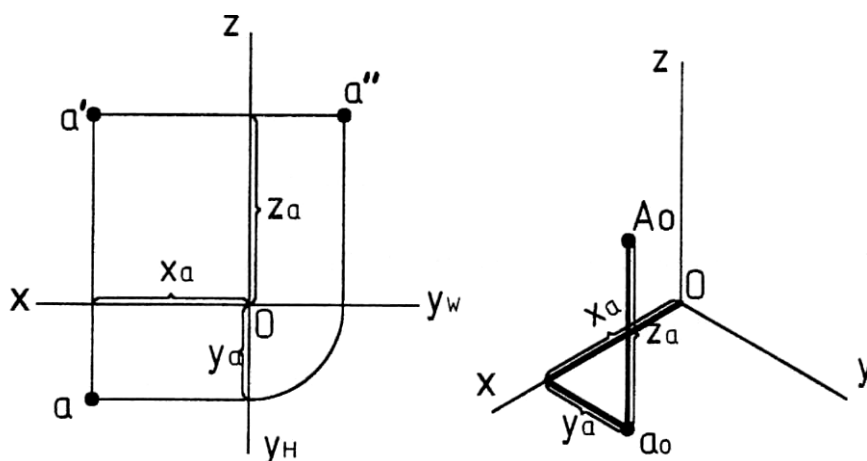


Рис. 3.13. Построение аксонометрической проекции точки

Этот прием лежит в основе построения аксонометрических проекций кривых линий, многоугольников и многогранников. Последние строятся по координатам их вершин с использованием Вторичных проекций ($1_0, 2_0$) (см. рис. 3.14).

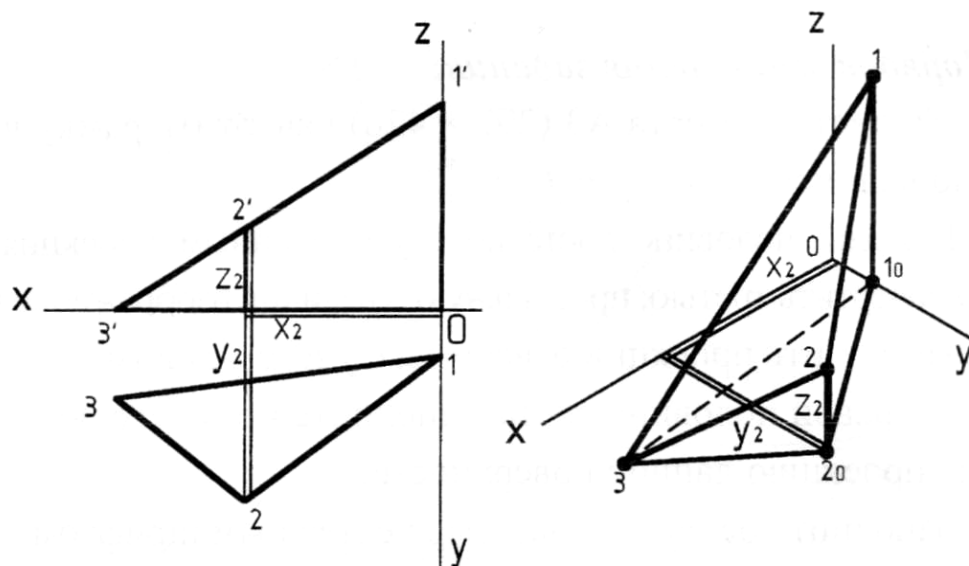


Рис. 3.14. Прямоугольная изометрическая проекция призмы

Вопросы для самопроверки

1. Что собой представляет способ центрального проецирования?
2. В чем заключается способ проецирования, называемый параллельным?
3. Какие виды параллельных проекций Вы знаете?
4. Что такое метод Монжа?
5. Как расшифровывается слово «ортогональный»?

4. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

ЛИСТ 1

«ПЕРЕСЕЧЕНИЕ МНОГОГРАННИКОВ ПЛОСКОСТЯМИ»

Порядок выполнения задания:

1. На листе формата А3 (297 х 420) начертить рамку чертежа и основную надпись.
 2. В левой половине листа по двум заданным проекциям многогранника начертить третью, профильную, увеличив изображение в 2 раза.
 3. Построить проекции отверстия с учетом видимости.
 4. В правой половине листа выполнить прямоугольную изометрическую проекцию данной поверхности.
 5. Заполнить основную надпись чертежным шрифтом.
- Внимание!** Все линии построения необходимо сохранить.
- Пример выполнения листа 1 дан на рис. 4.9.
- Варианты контрольной работы даны в разделе 5.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЛИСТА 1 «ПЕРЕСЕЧЕНИЕ МНОГОГРАННИКОВ ПЛОСКОСТЯМИ»

Основные понятия

Многогранником называют геометрическое тело, ограниченное со всех сторон плоскостями – многоугольниками. Эти многоугольники являются его **гранями**, общие стороны смежных многоугольников – **ребрами**, концы ребер – **вершинами**.

Наиболее распространенные многогранники – призма и пирамида.

Призма – многогранник, две грани которого (основания) параллельны друг другу и равны между собой, остальные грани (боковые) – параллелограммы (рис. 4.1).

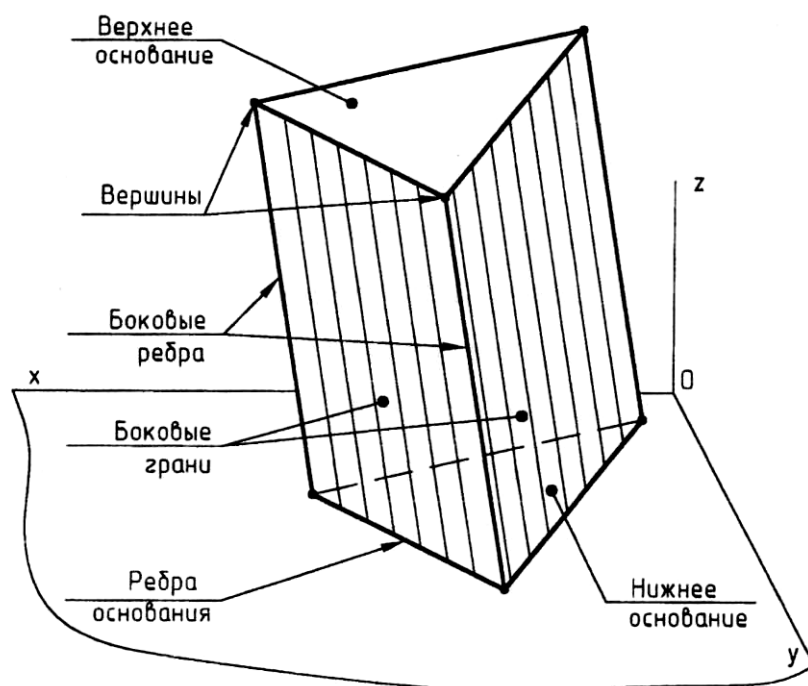


Рис. 4.1. Геометрические элементы призмы

Если ребра призмы перпендикулярны основанию, то все боковые грани – прямоугольники, а призма называется **прямой** (рис. 4.7).

Пирамида – многогранник, основание которого представляет собой любой многоугольник, боковые грани – треугольники, имеющие общую вершину (рис. 4.2).

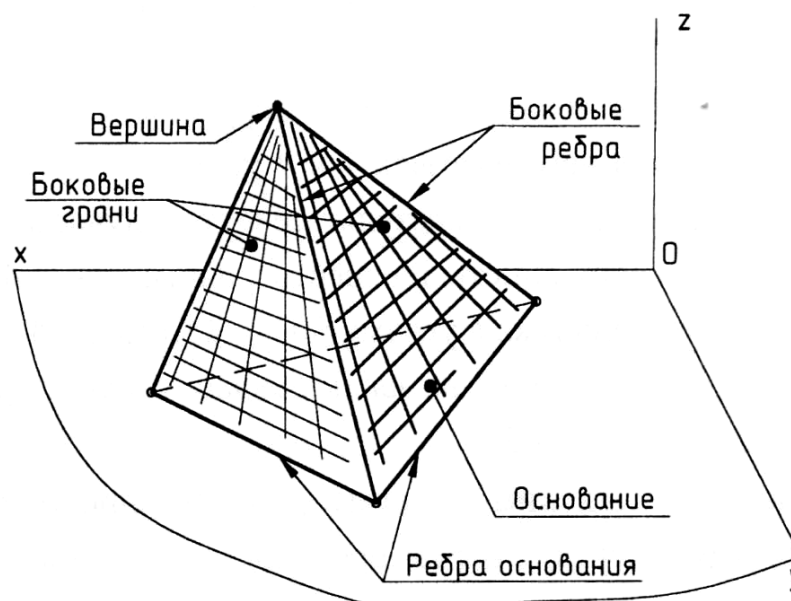


Рис. 4.2. Геометрические элементы пирамиды

Построение правильных многоугольников

В контрольном задании основания многогранников представляют собой правильные, т.е. равносторонние, многоугольники. Рассмотрим методы построения некоторых из них.

Для деления окружности на *три равные части* иглу циркуля поставим в точку A и радиусом, равным радиусу окружности, опишем дугу, которая и определит точки 2 и 3 (рис. 4.3, а).

Разделить окружность на три равные части можно и треугольником с углами 30° и 60° , при этом гипотенуза должна проходить через центр окружности (рис. 4.3, б).

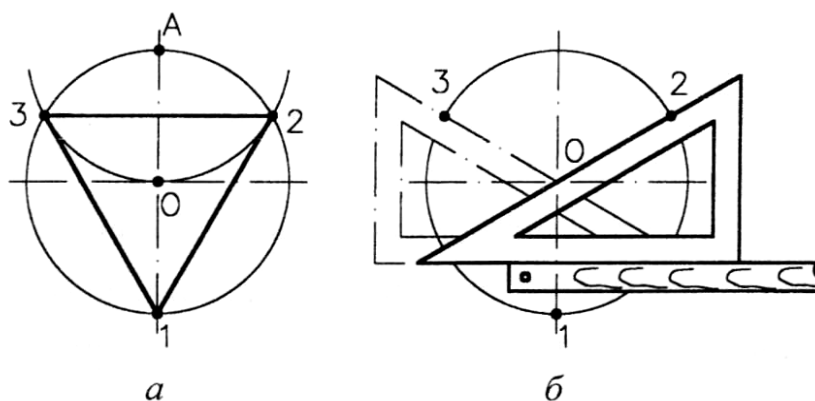


Рис. 4.3. Деление окружности на три равные части:

а – с помощью циркуля; б – с помощью треугольника

На рис. 4.4, а показано деление окружности циркулем на *шесть равных частей*, для чего из точек 1 и 4 проводим дуги радиусом, равным радиусу окружности, – в результате чего получаем точки 2, 3, 5, 6.

Разделить окружность на шесть равных частей можно также при помощи треугольника с углами 30° и 60° (рис. 4.4, б).

Деление окружности на *пять равных частей* проводим в следующем порядке (рис. 4.5):

- радиус OA делим пополам, для чего проводим две дуги из точек A и O (размер дуг берем произвольно, но обязательно больше половины OA);

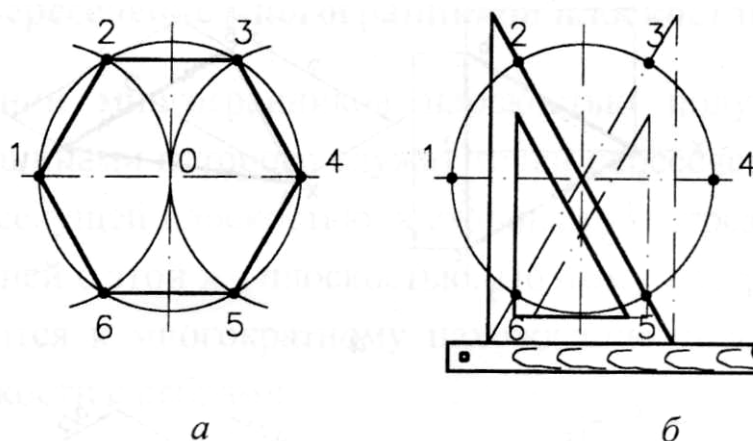


Рис. 4.4. Деление окружности на шесть равных частей:
а – с помощью циркуля; б – с помощью треугольника

- точки пересечения дуг соединяем вертикальной прямой – получаем точку O_1 ;
- из точки O_1 как из центра опишем дугу окружности радиусом, равным O_1B , до пересечения с горизонтальным диаметром в точке C . Хорда этой дуги BC равна стороне правильного вписанного пятиугольника;
- из точки I откладываем циркулем по данной окружности хорду CB – получаем точки 2 и 5, а, сделав засечки из этих точек, находим точки 3 и 4.

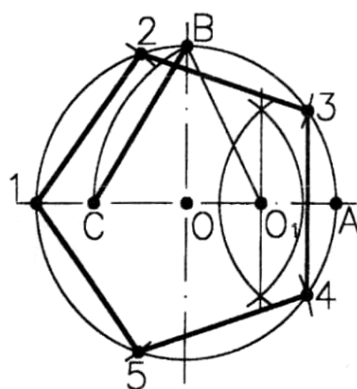


Рис. 4.5. Деление окружности на пять равных частей

На рис. 4.6 приведены примеры построения правильных многоугольников в прямоугольной изометрической проекции, которое сводится к определению проекций их вершин по координатам, что понятно из чертежей.

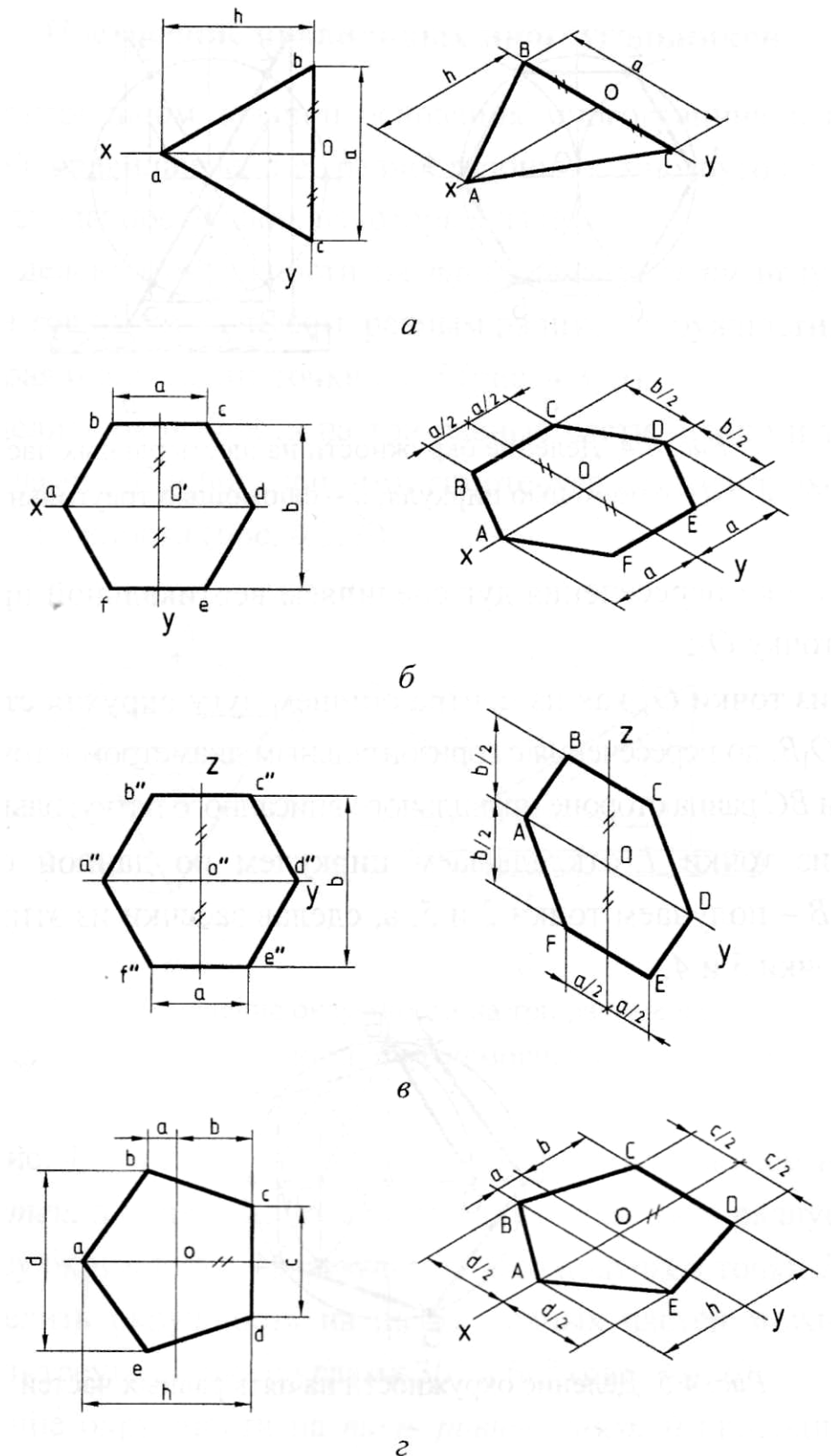


Рис. 4.6. Примеры построения аксонометрических проекций плоских фигур:
 а – правильного треугольника, расположенного в горизонтальной плоскости;
 б – правильного шестиугольника, расположенного в горизонтальной плоскости;
 в – правильного шестиугольника, расположенного в профильной плоскости;
 г – правильного пятиугольника, расположенного в горизонтальной плоскости

Пересечение многогранников плоскостями

В сечении многогранников плоскостью получается многоугольник, вершинами которого служат точки пересечения ребер многогранника с секущей плоскостью, а сторонами – отрезки прямых пересечения граней с этой же плоскостью. Поэтому построение фигуры сечения сводится к многократному нахождению точек пересечения секущей плоскости с ребрами.

Если данная плоскость занимает частное положение (проецирующая или двоякопроецирующая), тогда одна проекция фигуры сечения совпадает с прямой (со следом), в которую вырождается плоскость. Недостающую проекцию сечения строят, проводя линии связи до пересечения с соответствующими ребрами.

На рис. 4.7 шестиугольная призма с основанием на плоскости H рассечена фронтально проецирующей плоскостью P (след P_v).

Фронтальная проекция фигуры сечения совпадает с фронтальным следом секущей плоскости. Горизонтальная – с горизонтальной проекцией призмы, так как она прямая и все ее ребра и грани перпендикулярны плоскости H . Профильную проекцию фигуры сечения строим путем проведения линий связи на соответствующие ребра.

Изображение многогранников в аксонометрической проекции следует начинать с основания, построение которого выполняется по тем же правилам, что и для плоских фигур на рис. 4.6. Затем из вершин проводим боковые ребра, параллельные друг другу у призмы и пересекающиеся в заранее построенной точке S , называемой вершиной пирамиды.

Так, на рис. 4.7 изображение призмы в прямоугольной изометрии начинаем с нижнего основания. Из полученных вершин $A, B, C \dots F$ проводим прямые, параллельные оси Oz , и откладываем на них отрезки $A1 = a'1', B2 = b'2', C3 = c'3' \dots F6 = f'6'$. Соединив точки $1, 2, 3 \dots 6$ между собой и обозначив невидимые ребра штриховыми линиями, получим изображение усеченной призмы в прямоугольной изометрической проекции.

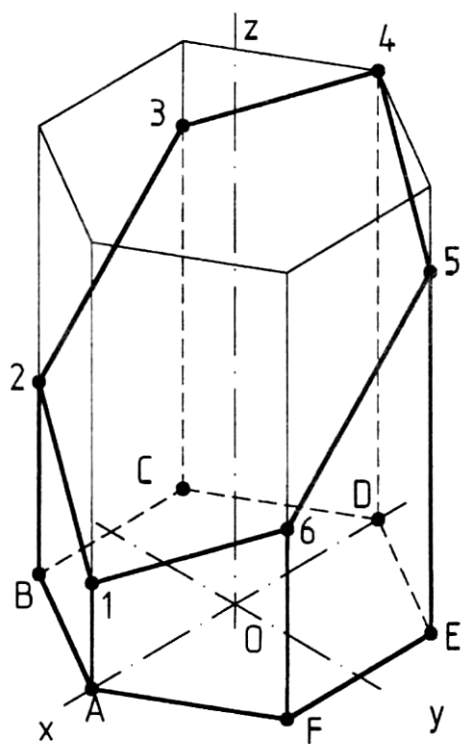
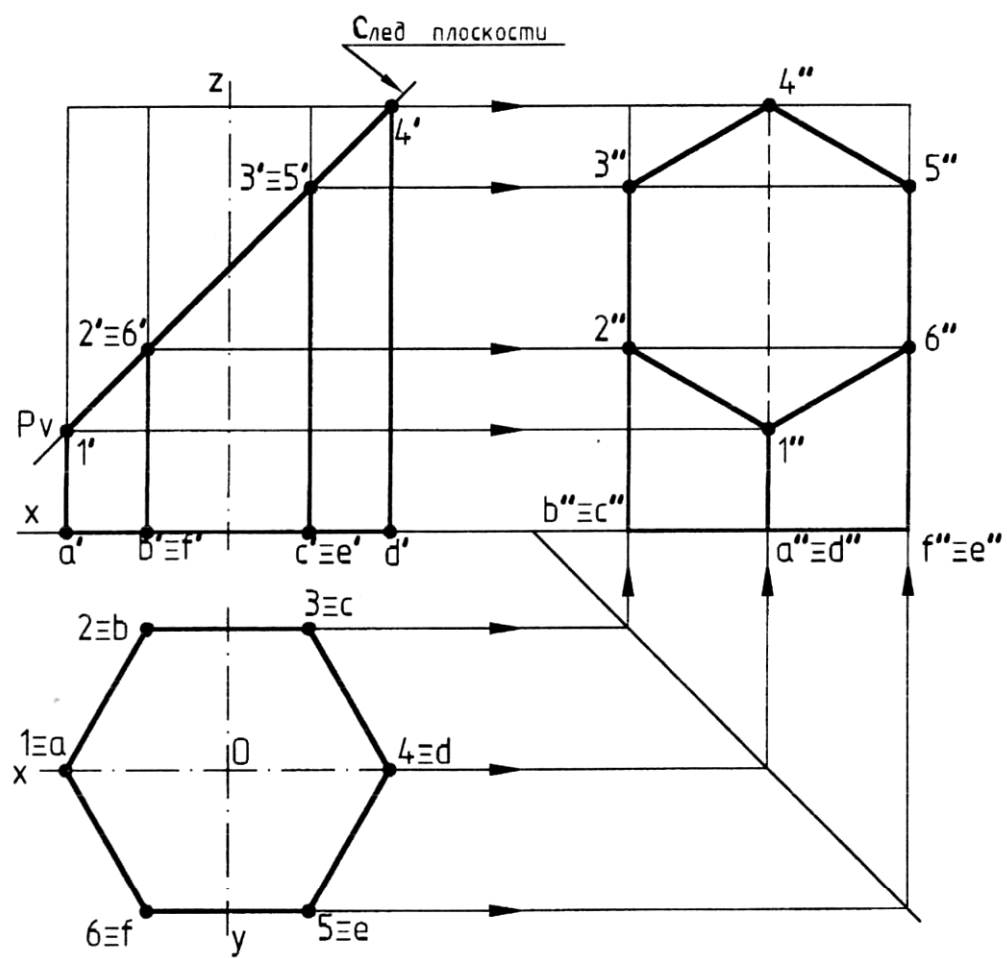


Рис. 4.7. Построение усеченной призмы

А теперь рассмотрим построение усеченной пирамиды (рис. 4.8). Построив нижнее основание и вершину S по координатам, соединяем полученные точки. Затем находим вторичную проекцию сечения на аксонометрической плоскости $1_0 2_0 3_0 4_0 5_0$, из точек которой проводим прямые, параллельные оси Oz , до пересечения с соответствующими ребрами пирамиды и получаем сечение $1, 2, 3, 4, 5$.

Это и будет изображение усеченной пирамиды в прямоугольной изометрической проекции.

В контрольном задании сквозной вырез образован несколькими плоскостями частного положения (см. рис. 4.9).

Приведем алгоритм решения этой задачи:

1. Находим точки пересечения плоскости P с ребрами многогранника $1, 2, 3$ и точки излома 4 и 4_1 , для чего продолжаем след плоскости P и строим полное сечение, подобное основанию, так как $P \parallel H$.

По линиям связи переносим найденные точки на горизонтальную и профильную проекции.

2. Аналогичные действия проводим с остальными плоскостями, составляющими сложный вырез, обращая внимание на то, что в *месс-тах* излома *следует находить две точки*, так как плоскости между собой пересекаются по прямой, которая и строится по этим точкам. Точки излома 5 и 5_1 построены с помощью вспомогательных прямых SA , проходящих через вершину пирамиды S и точки A на основании.

3. Полученные точки соединяем между собой. Необходимо обратить внимание на то, что линии сечения образуют *замкнутую* пространственную линию.

4. С помощью пространственного воображения или конкурирующих точек определяем видимость, предварительно удалив части ребер, попавших в вырез.

В правой половине листа (рис. 4.9) построена прямоугольная изометрическая проекция со сквозным вырезом. Рассмотрим основные приемы решения этой задачи.

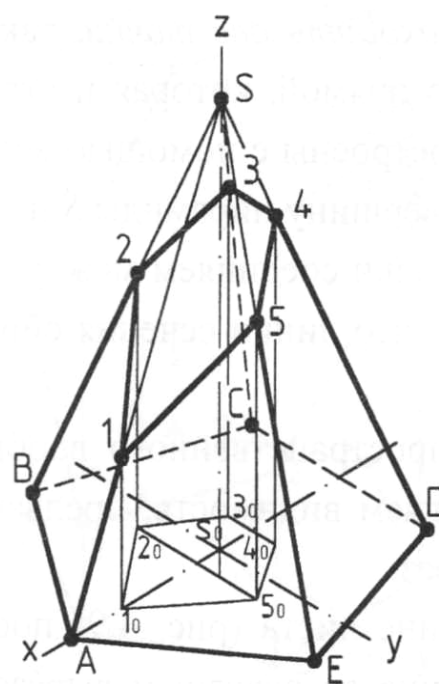
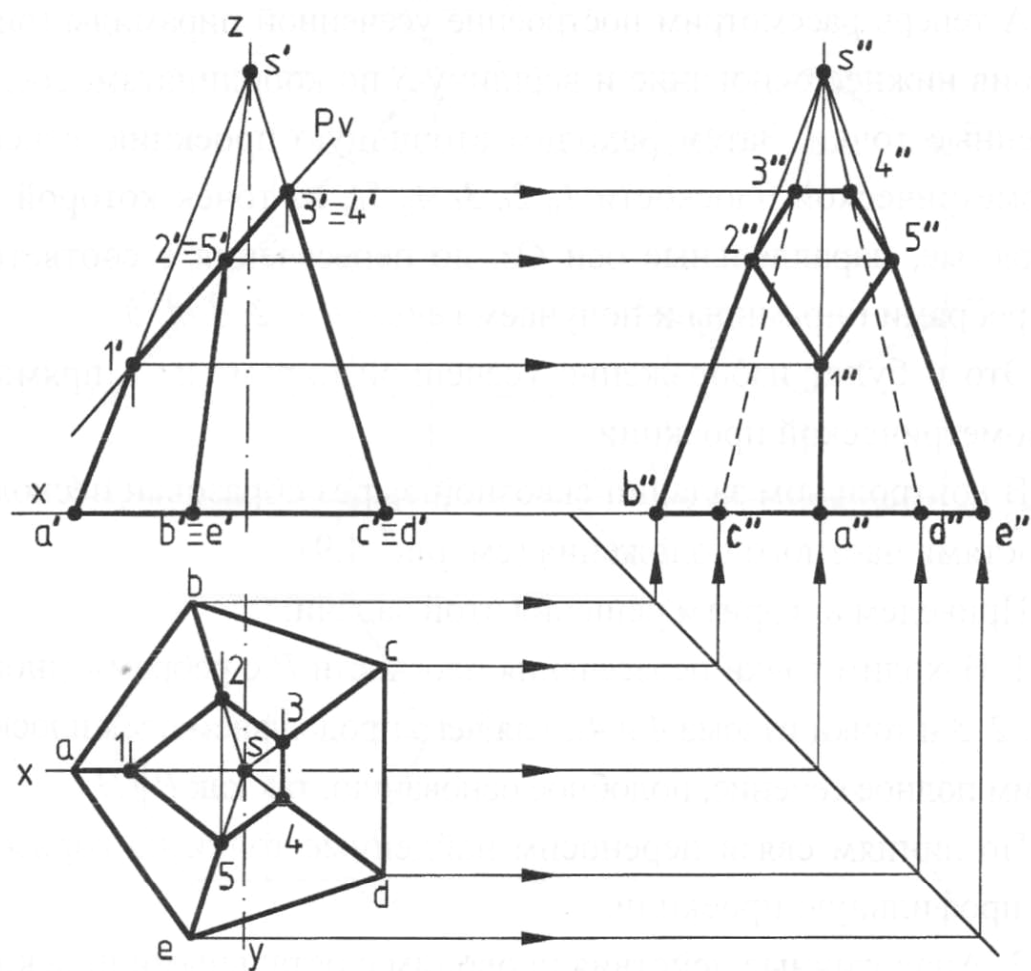
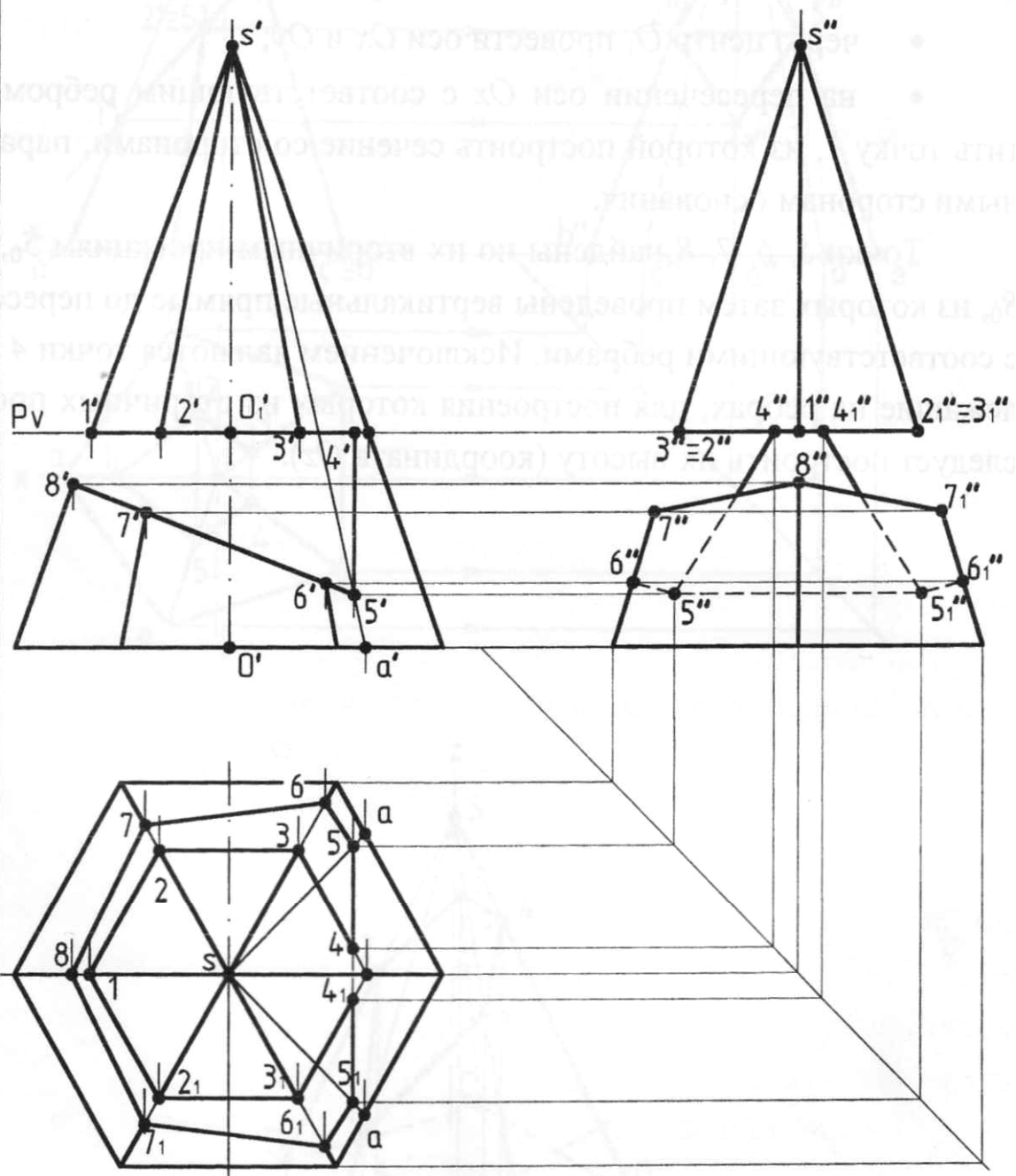


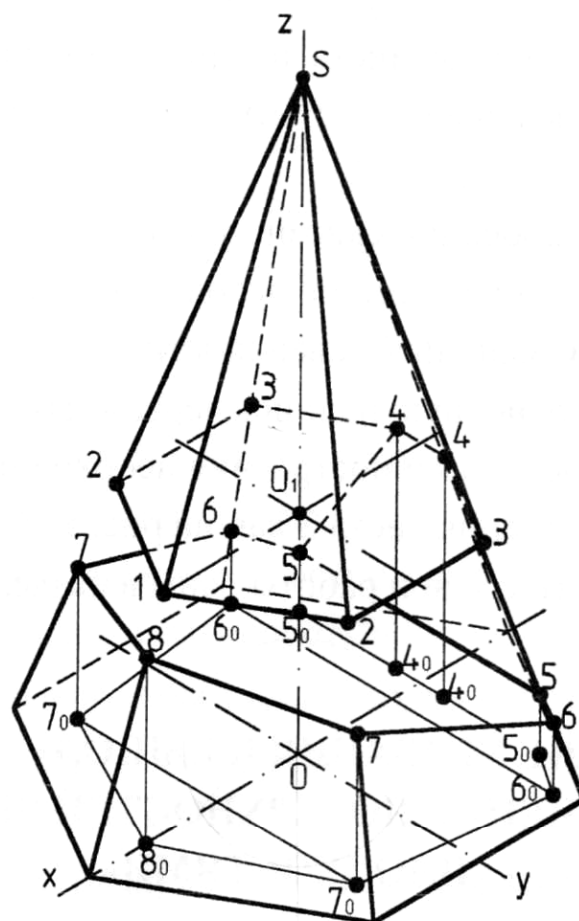
Рис. 4.8. Построение усеченной призмы

Точки $1, 2, 3, 4$ принадлежат сечению, которое расположено параллельно основанию пирамиды, поэтому их изометрические проекции проще всего найти следующим образом:

- зафиксировать на оси Oz центр 0_I ;
- через центр 0_I провести оси Ox и Oy ;
- на пересечении оси Ox с соответствующим ребром отметить точку 1 , из которой построить сечение со сторонами, параллельными сторонам основания.

Точки $5, 6, 7, 8$ найдены по их вторичным проекциям $5_0, 6_0, 7_0, 8_0$, из которых затем проведены вертикальные прямые до пересечения с соответствующими ребрами. Исключением являются точки 4 и 5 , не лежащие на ребрах, для построения которых из вторичных проекций следует построить их высоту (координата Oz).





Сечение тел плоскостями

Чертил Иванов А.А.

Принял Сидоров И.И.

ИИ НГПУ

гр. В11

Рис. 4. 9. Пример выполнения листа 1 «Пересечение многогранников плоскостями»

ЛИСТ 2 « ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ВРАЩЕНИЯ ПЛОСКОСТЯМИ»

Порядок выполнения задания:

1. На листе формата А3 (297 х 420) начертить рамку чертежа и основную надпись.
2. В левой половине листа по двум заданным проекциям поверхности вращения начертить третью, профильную, увеличив изображение в 2 раза.
3. Построить проекции сквозного выреза с учетом видимости.
4. В правой половине листа выполнить прямоугольную изометрическую проекцию заданной поверхности.
5. Заполнить основную надпись чертежным шрифтом.

Внимание! Все линии построения необходимо сохранить.

Пример выполнения листа 2 дан на рис. 5.16.

Варианты контрольной работы даны в разделе 5.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЛИСТА 2 «ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ВРАЩЕНИЯ ПЛОСКОСТЯМИ»

Построение окружности в прямоугольной изометрической проекции

Аксонметрической проекцией окружности в общем случае является эллипс. Если окружность лежит в плоскости, параллельной одной из плоскостей проекций, то *большая ось эллипса всегда перпендикулярна отсутствующей для данной координатной плоскости оси*, а малая ось совпадает с направлением этой оси (рис. 5.1). Так,

для плоскости xOy большая ось $AB \perp Oz$, для плоскости yOz большая ось $AB \perp Ox$, для плоскости xOz большая ось $AB \perp Oy$.

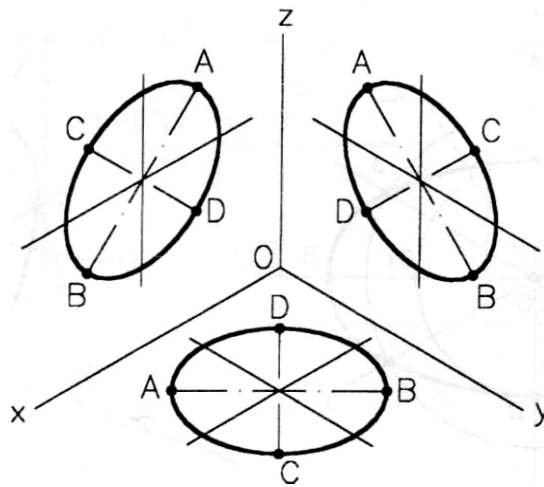


Рис. 5.1. Положение овалов в прямоугольной изометрической проекции

Для упрощения построений эллипсы заменяют овалами, очерченными дугами окружностей. На рис. 5.2 приведены примеры построения овалов для горизонтальной и профильной плоскостей проекций.

Рассмотрим последовательность построения (рис. 5.2, а):

- Проводим большую ось овала, которая перпендикулярна оси Oz .
- Обозначаем пересечение осей Ox и Oy с данной окружностью диаметра d точками 1, 2, 3 и 4.
- Из точек 1 и 3 радиусом $R = d$ делаем засечки на оси Oz и получаем точки O_1 и O_2 .
- Из точек O_1 и O_2 как из центров проводим большие дуги овала, заключенные между точками 1 и 4, 2 и 3; они определяют на оси Oz малую ось овала CD .
- Откладываем на большой оси половину малой, т.е. $OO_3 = OO_4 = OC = OD$, находим точки O_3 и O_4 , из которых как из центров проводим малые дуги овала радиусом $r = O_31 = O_43$, определяющие на перпендикуляре к оси Oz большую ось овала AB .

Для других координатных плоскостей овалы строят аналогично, с той лишь разницей, что большую ось овала AB , например, для профильной плоскости проекций проводят перпендикулярно оси Ox (рис. 5.2, б).

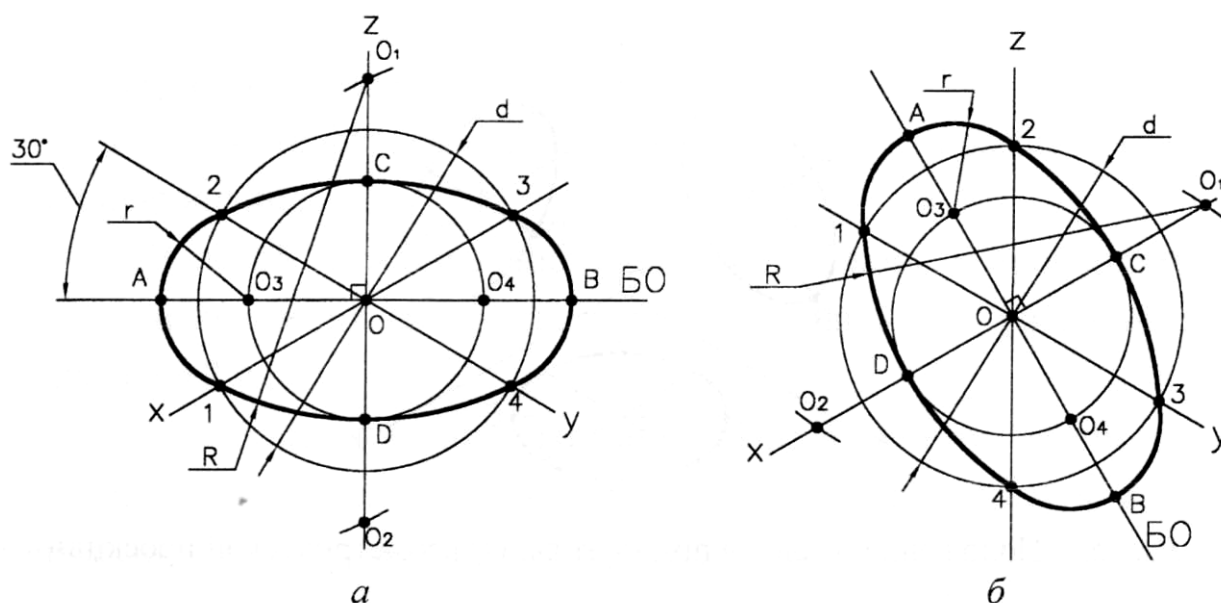


Рис. 5.2. Примеры построения овалов: а – окружность параллельна горизонтальной плоскости; б – окружность параллельна профильной плоскости

Образование поверхностей вращения.

Точки на поверхности

Прямой круговой цилиндр

Прямой круговой цилиндр – это поверхность образованная вращением прямоугольника $ABCD$ вокруг оси, при этом сторона AB описывает боковую поверхность, а две другие (AD и BC) – круги оснований (рис. 5.3).

На комплексном чертеже цилиндр с вертикальной осью на двух плоскостях проецируется в виде прямоугольников, на горизонтальной плоскости – это окружность.

Точки принадлежат поверхности, если они лежат на линиях этой поверхности. Так, на боковой поверхности цилиндра точки строим при помощи образующих. Пример подобного построения – точка F (рис. 5.3). При таком расположении цилиндра горизонталь-

ные проекции любой точки принадлежат окружности. Исключение составляют те, что находятся на основании, например, точка E .

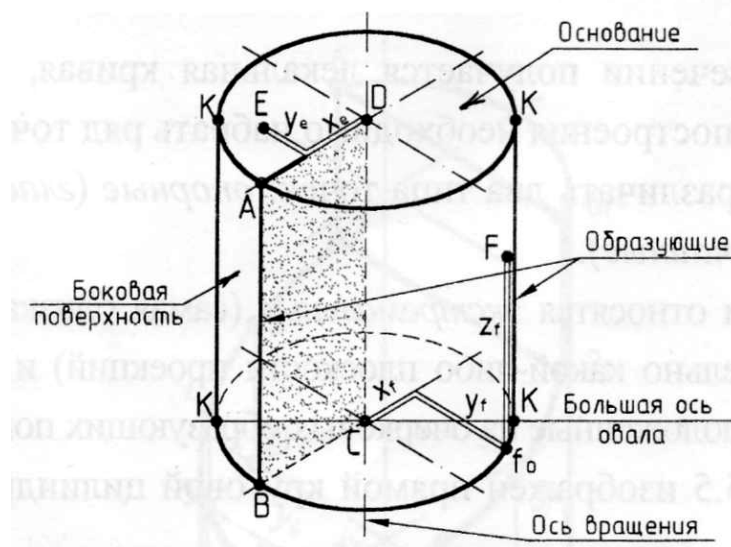
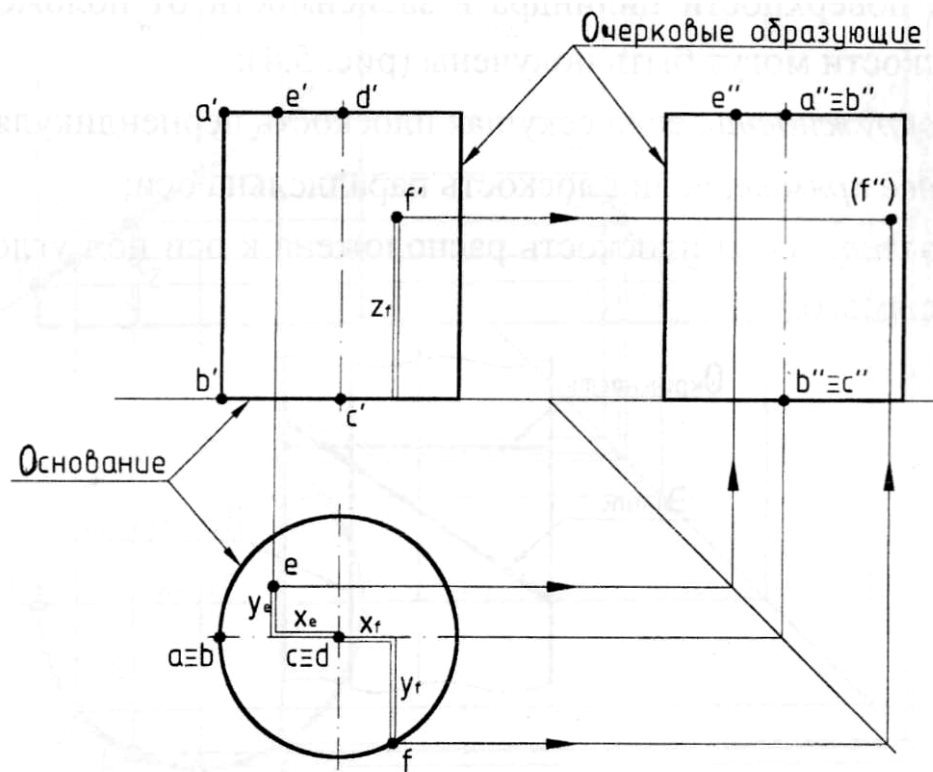


Рис. 5.3. Прямой круговой цилиндр

АксонOMETрическая проекция цилиндра представляет собой два овала (основания), к которым проведены образующие (касание в точках K). Точки в аксонометрии строим при помощи координатных ломаных.

Пересечение цилиндра проецирующими плоскостями

На поверхности цилиндра в зависимости от положения секущей плоскости могут быть получены (рис. 5.4):

- *окружность*, если секущая плоскость перпендикулярна оси;
- *две прямые*, если плоскость параллельна оси;
- *эллипс*, если плоскость расположена к оси под углом, отличным от прямого.

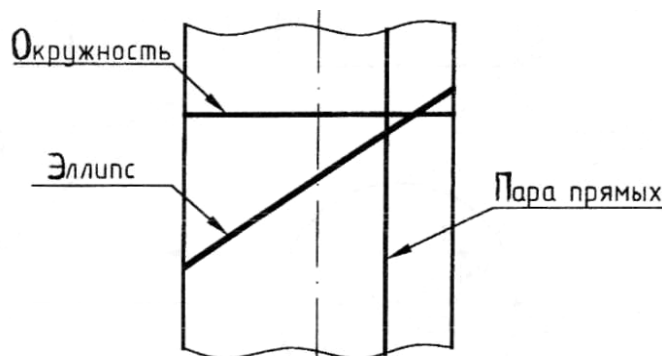


Рис. 5.4. Сечения прямого кругового цилиндра

Если в сечении получается лекальная кривая, например, эллипс, то для ее построения необходимо набрать ряд точек.

Следует различать два типа точек: *опорные (главные)* и *промежуточные (случайные)*.

К первым относятся *экстремальные* (самая близкая и самая удаленная относительно какой-либо плоскости проекций) и *точки раздела видимости*, расположенные на очерковых образующих поверхностей.

На рис. 5.5 изображен прямой круговой цилиндр с двумя плоскими срезами.

В начале решения важно проанализировать положение секущих плоскостей и четко представить себе, какие линии предстоит построить. Так, в плоскости P получается эллипс, в Q – прямоугольник.

Построение эллипса начинаем с опорных точек: 1 – наинизшая; 2 и 2_1 – наивысшие и одновременно точки излома; 3 и 3_1 – точки, принадлежащие профильным образующим. Точки 4 и 5 – промежуточные.

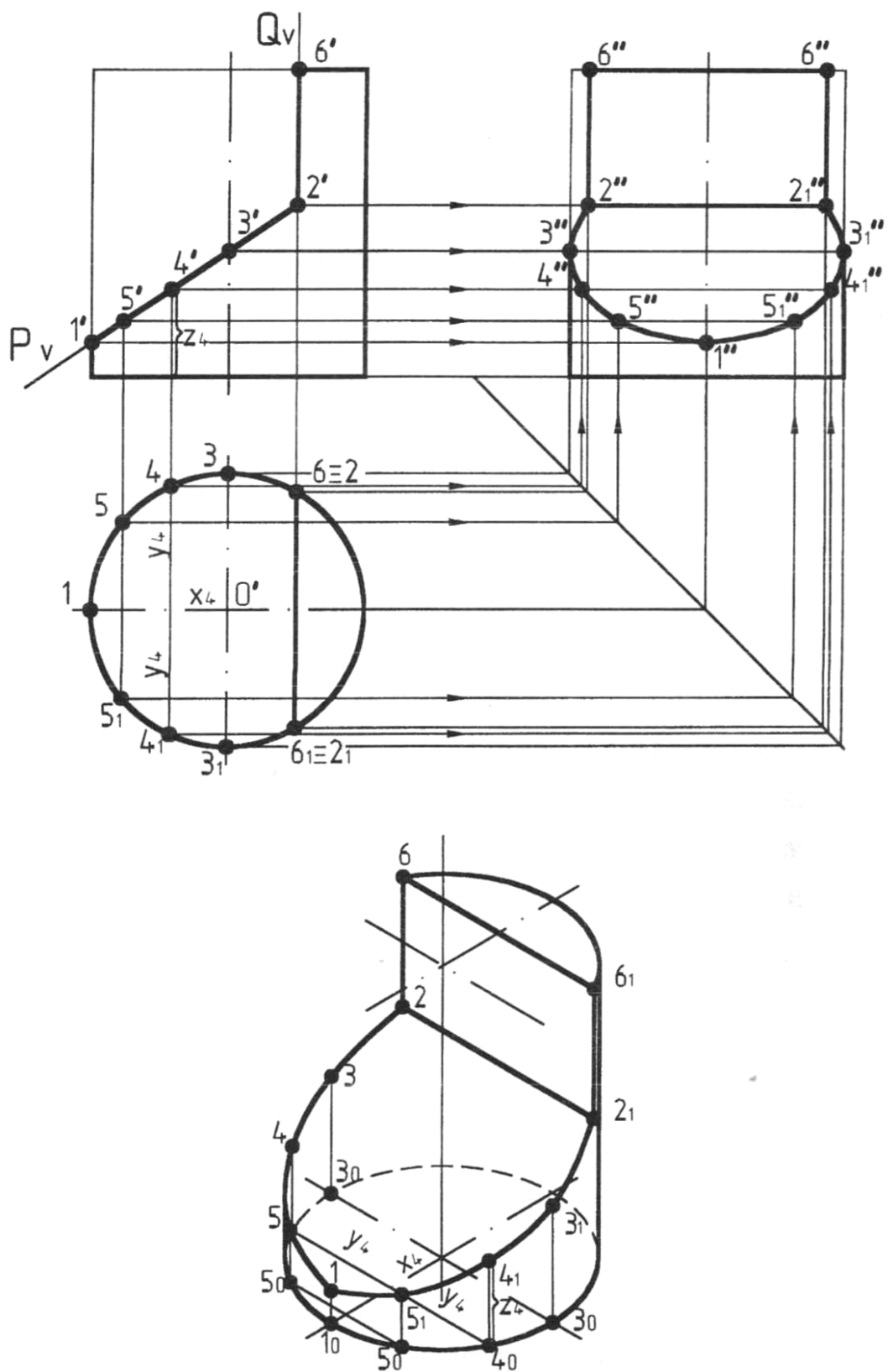


Рис.5.5. Построение срезов на цилиндре

Обратите внимание, что на горизонтальной плоскости проекций все точки срезов расположены на окружности. Это свойство цилиндра используется для построения прямоугольной изометрической проекции эллипса, вторичная проекция которого совпадает с овалом нижнего основания.

На рис. 5.5 подробно показано построение аксонометрической проекции точки 4.

Из вышесказанного следует такой алгоритм решения подобных задач:

1. Установить, какие линии предстоит построить.
2. Отметить опорные точки и точки излома в пересечении проецирующих плоскостей сечения и найти их недостающие проекции.
3. Построить некоторое количество промежуточных точек, достаточное для определения характера линий.
4. Полученные точки соединить между собой.
5. При помощи пространственного воображения или конкурирующих точек определить видимость, предварительно удалив часть очерковых образующих, попавших в вырез.

При завершении работы кривые обводят по лекалу, которое подбирают таким образом, чтобы одновременно соединить не менее трех точек (рис. 5.6).



Рис. 5.6. Пример использования лекала

Прямой круговой конус

Прямой круговой конус – это поверхность, образованная вращением треугольника AOS вокруг оси, при этом прямая AS описывает боковую поверхность, а AO – основание (рис. 5.7).

Комплексный чертеж конуса с вертикальной осью представляет собой два треугольника на фронтальной и профильной плоскостях и окружность на горизонтальной плоскости проекций.

Как уже говорилось, точки на любой поверхности следует строить при помощи простых для построения линий. Для конической поверхности такими линиями являются образующие – прямые, проходящие через вершину, и параллели – окружности с центром на оси вращения, расположенные параллельно основанию.

На рис. 5.7 задана горизонтальная проекция точки I . Ее недостающие проекции находим в следующей последовательности:

- через горизонтальную проекцию точки I и вершину S проводим вспомогательную образующую CS ;
- проводим линию связи из точки C , находящейся на основании конуса, – получаем фронтальную проекцию c' ;
- соединяем точки s' и c' прямой (образующей);
- из горизонтальной проекции точки I проводим линию связи до пересечения с проекцией $c's'$ и обозначаем точку I' ;
- профильная проекция I'' находится на пересечении линий связи, что понятно из чертежа.

Проекции точки 2 (задана фронтальная проекция $2'$) найдены при помощи параллели диаметром DE .

Для построения аксонометрической проекции конуса сначала строим основание в виде овала, затем фиксируем на оси Oz вершину S , из которой проводим прямые, касательные к овалу. Следует обратить внимание на то, что точки касания образующих K , в отличие от цилиндра, располагаются выше большой оси овала (рис. 5.7).

В аксонометрии точки на поверхности можно, конечно, строить с помощью образующих и параллелей, но, безусловно, самым простым решением является использование координатных ломаных, что подробно показано на рис. 5.7.

Пересечение конуса проецирующими плоскостями

При пересечении конуса плоскостями можно получить различные линии – **конические сечения** (рис. 5.8):

- *окружность*, если секущая плоскость перпендикулярна оси вращения;
- *эллипс*, если плоскость наклонена к оси вращения и пересекает все образующие;
- *параболу*, если секущая плоскость параллельна какой-либо одной образующей;
- *гиперболу*, если секущая плоскость параллельна двум образующим конуса, т.е. проходит параллельно оси вращения;
- *две прямые*, если секущая плоскость проходит через вершину конуса.

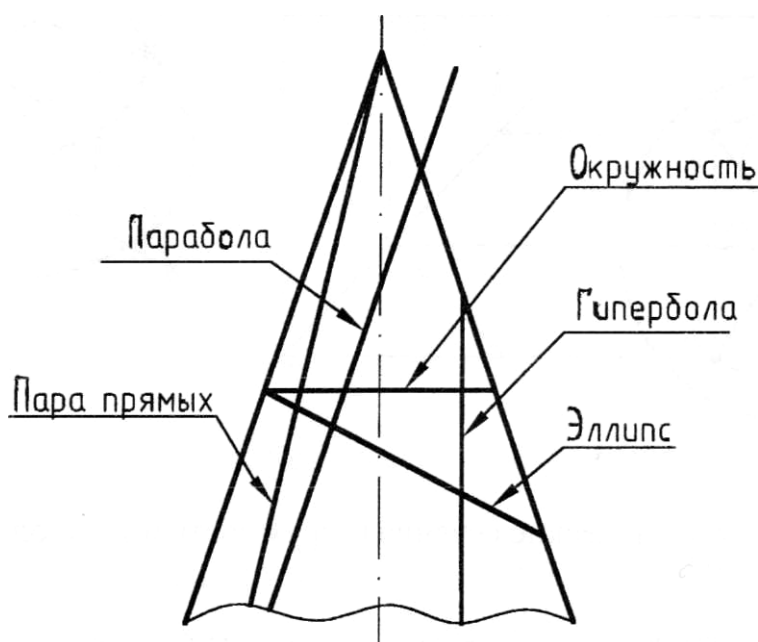


Рис. 5.8. Конические сечения

Теперь рассмотрим несколько примеров.

На рис. 5.9 изображен конус со сквозным вырезом, образованный двумя плоскостями, пересекающими его поверхность по *окружности* и *треугольнику*. Обозначив опорные точки, строим сечения и определяем

видимость; в промежуточных точках здесь нет необходимости, так как оба сечения представляют собой простые для построения линии.

В прямоугольной изометрической проекции окружность проецируется в виде овала, а для построения точек 3 сначала откладываем координату x_3 , затем проводим прямую, параллельную оси Oy , и на пересечении с овалом получаем искомые точки.

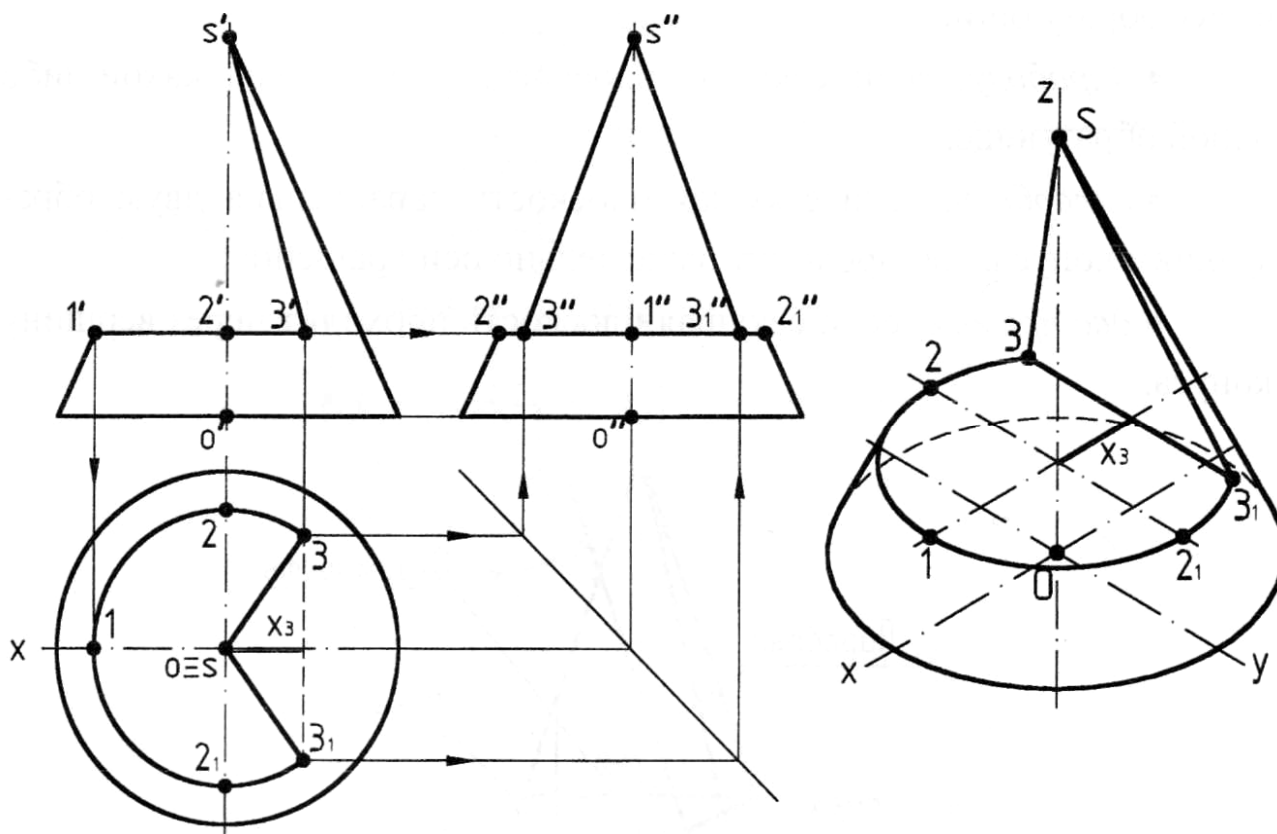


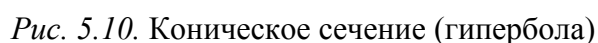
Рис. 5.9. Конические сечения (окружность и треугольник)

На рис. 5.10 фронтальная плоскость P (задан ее след $P_n \parallel V$) пересекает прямой круговой конус по *гиперболе*, построение которой проводим в следующем порядке:

- фиксируем опорные точки: 1 – наивысшая, 2 и 2_1 – наинизшие;
- при помощи параллели AB , взятой на произвольной высоте, находим промежуточные точки 3 и 3_1 .

Для построения аксонометрической проекции строим конус, затем на расстоянии Oy проводим прямую параллельно Ox и на пере-

На рис. 5.11 прямой круговой конус пересекает фронтально проецирующая плоскость P (след P_v) по *параболе*, построение которой подробно показано на чертеже.



49

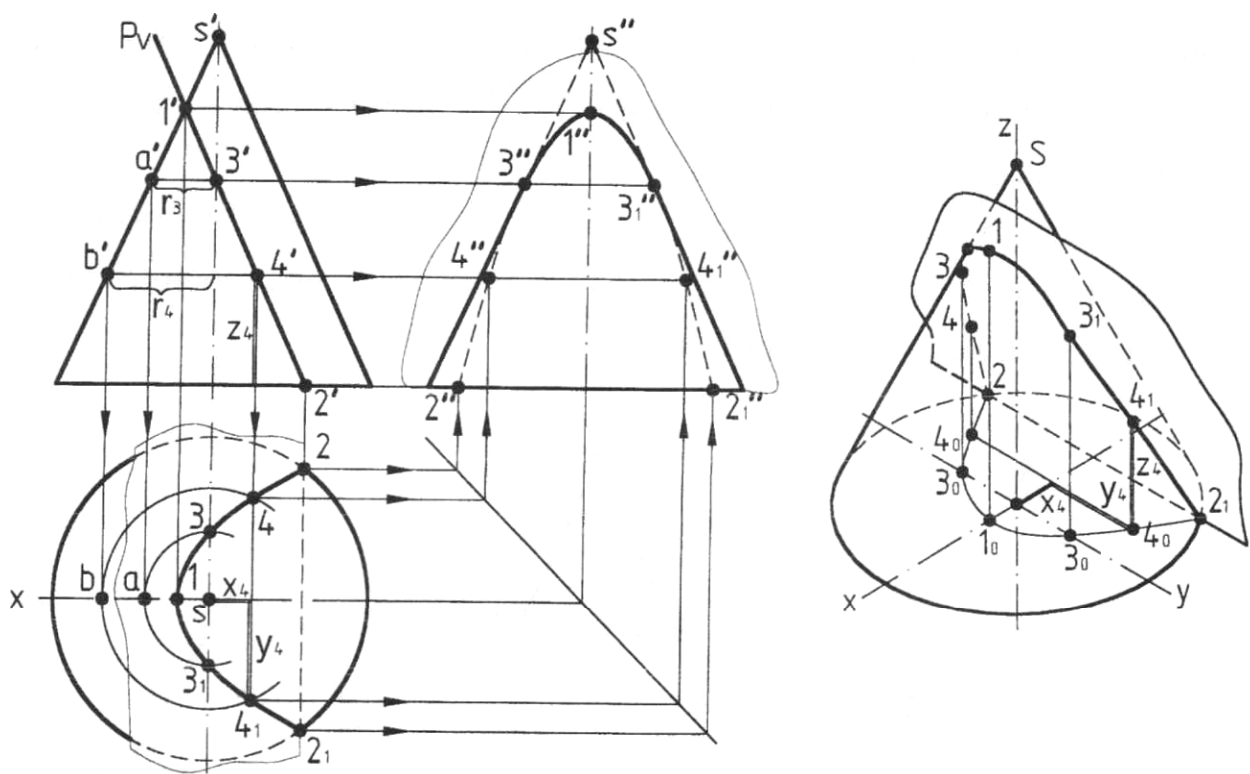


Рис. 5.11. Коническое сечение (парабола)

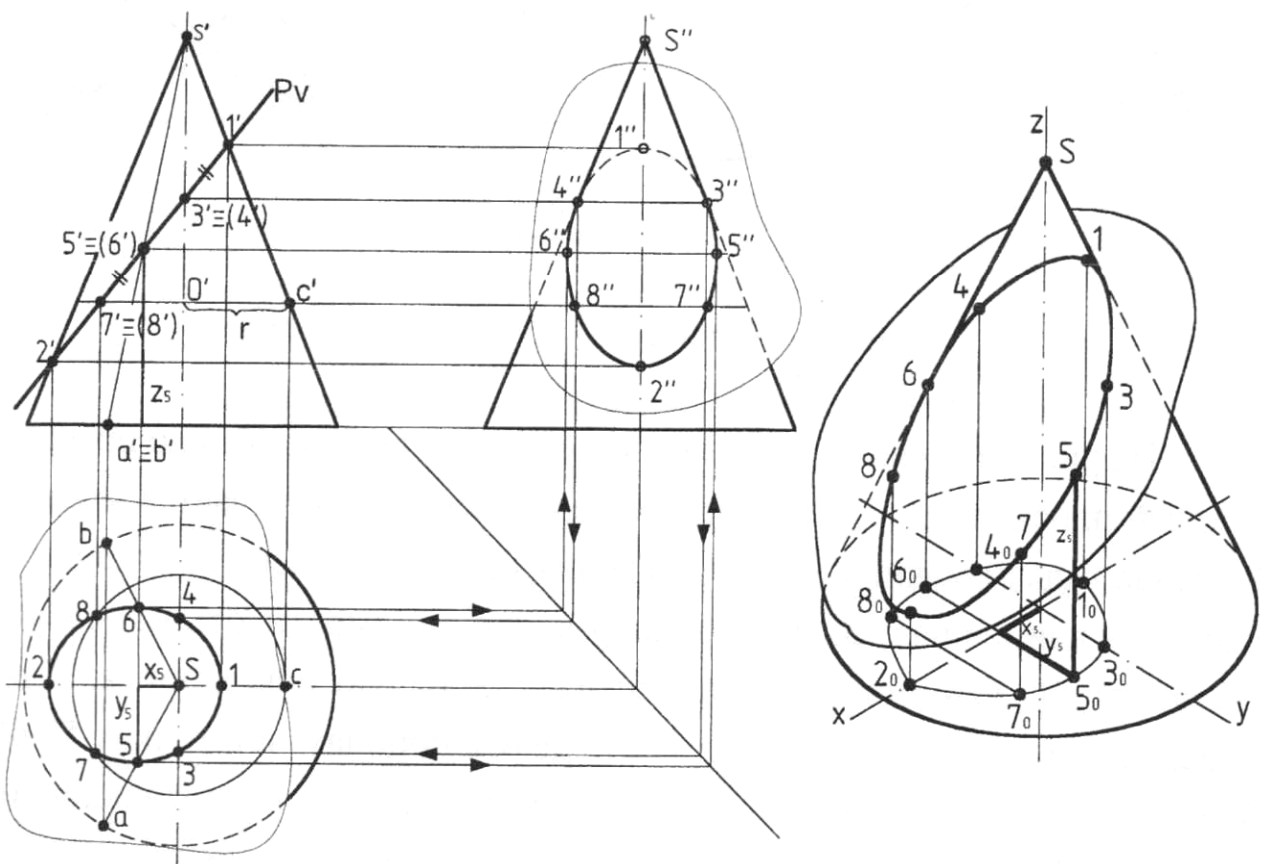


Рис. 5.12. Коническое сечение (эллипс)

На этом заканчиваем нахождение опорных точек и определяем необходимое число промежуточных: в данном примере – точки 7 и 8.

Точки на поверхности конуса строим при помощи образующих или параллелей. Так, точки 5 и 6 находим при помощи образующих SA и SB . Точки 7 и 8 построены посредством параллели радиуса $r = O'C'$.

В аксонометрической проекции точки найдены по координатным ломаным (пример точки 5).

Сфера

Рассмотрим еще одну поверхность, часто встречающуюся в различных предметах, – *сферу*, которая образуется вращением окружности вокруг оси J , проходящей через ее центр O (рис. 5.13).

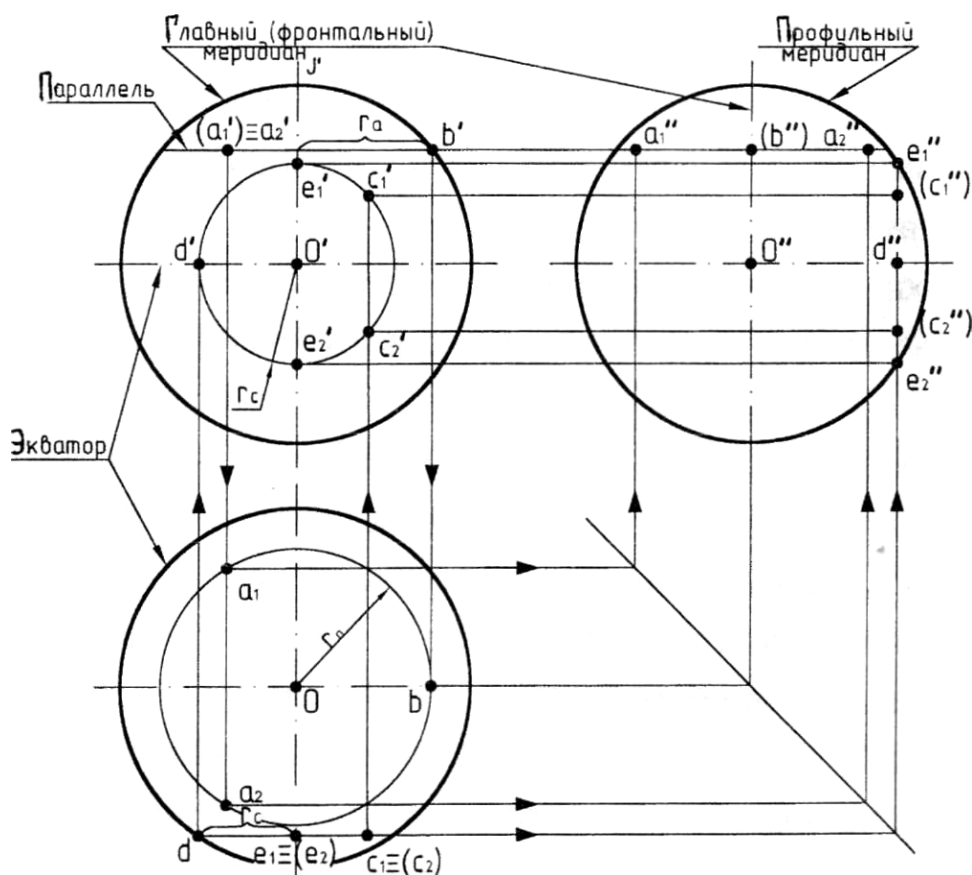


Рис. 5.13. Построение точек на сфере

Точки на сфере можно найти только при помощи параллелей, проведенных перпендикулярно осям. Так, точки A_1 и A_2 , заданные на

фронтальной плоскости проекций, лежат на окружности радиуса r_a , параллельной плоскости H .

Фронтальные проекции точек C_1 и C_2 , заданные на плоскости H , находим при помощи параллели радиуса r_c , которая на V вырождается в окружность.

Профильные проекции точек A и C получаем на пересечениях соответствующих линий связи, построение которых показано стрелками. В скобки взяты точки, проекции которых оказались невидимыми на поверхности сферы.

Пересечение сферы проецирующими плоскостями

Линией пересечения сферы любой плоскостью является *окружность*, которая может вырождаться в натуральную величину, в виде эллипса и в прямую линию.

На рис. 5.14 изображена сфера с двумя плоскими срезами, которые на комплексном чертеже на соответствующих плоскостях проекций проецируются в виде окружностей.

В аксонометрической проекции очерком сферы (шара) является окружность, диаметр которой для прямоугольной изометрической проекции равен $1,22d$ где d – диаметр сферы на комплексном чертеже.

Построение сферы начинаем с экватора, большая ось которого перпендикулярна оси Oz , после чего изображаем очерк. Эллипсы двух плоских срезов параллельны фронтальной и профильной плоскостям проекций, поэтому вычерчиваем их в виде овалов с соответствующим расположением большой и малой оси.

На рис. 5.15 дана сфера с плоским срезом, выполненным фронтально проецирующей плоскостью, поэтому на фронтальной плоскости срез вырождается в прямую, а на профильной и горизонтальной – в виде эллипсов, хотя его действительный вид – окружность.

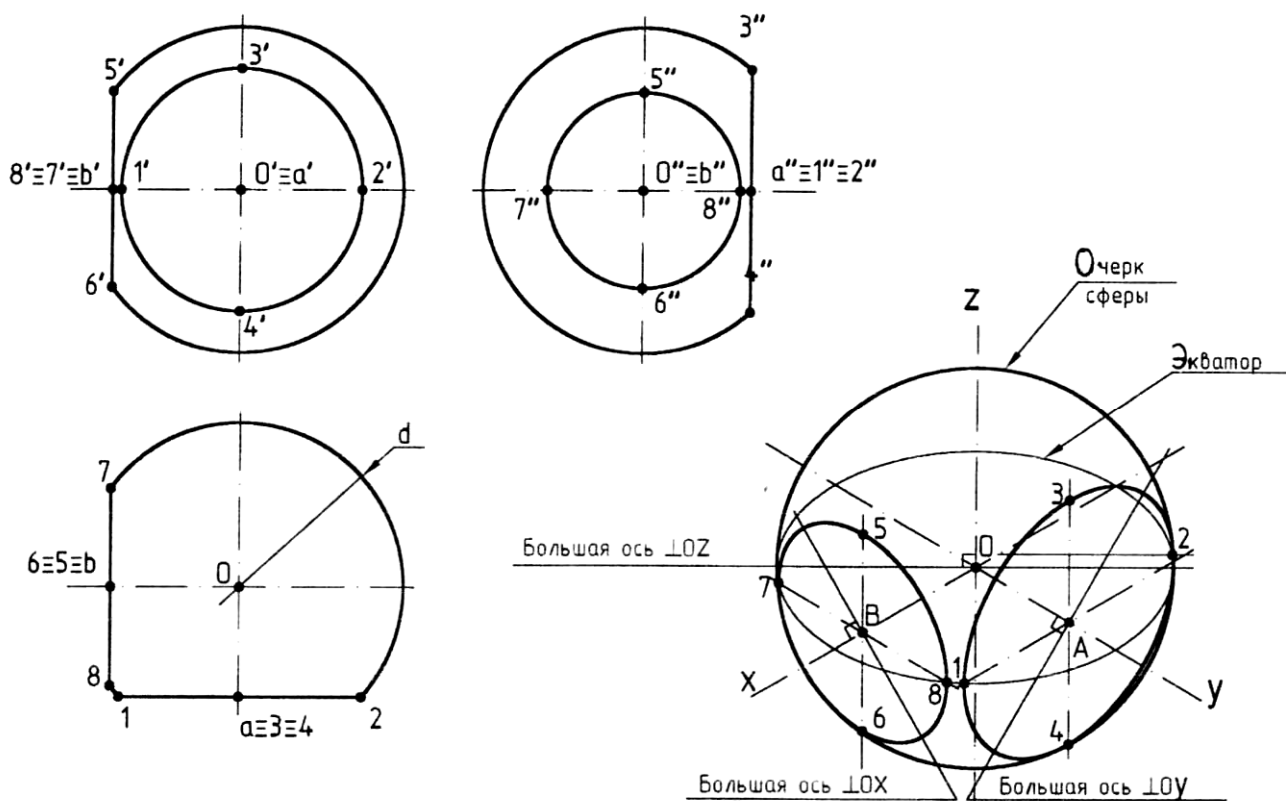


Рис. 5.14. Построение сферы со срезами

Построение ведем следующим образом:

- находим экстремальные точки (A — наивысшая, B — наинизшая);
- определяем характерные точки 1 и 2 , принадлежащие очерковым образующим (точки 1 и 1_1 меняют видимость сечения на горизонтальной плоскости проекций, точки 2 и 2_1 принадлежат профильному очерку);
- строим большую ось эллипса CD , которая на фронтальной плоскости проецируется в точку, а на горизонтальной и профильной — в натуральную величину. Горизонтальные проекции этих точек найдем проведением вспомогательной параллели радиусом r_c , профильные — на пересечении линий связи;
- находим промежуточные точки 3 и 3_1 при помощи параллели радиуса r_3 ;
- полученные точки соединяем плавной кривой и определяем видимость, предварительно удалив «отрезанные» части очерковых образующих.

Построение изометрической проекции кривой делаем по отдельным точкам с помощью координатных ломаных.

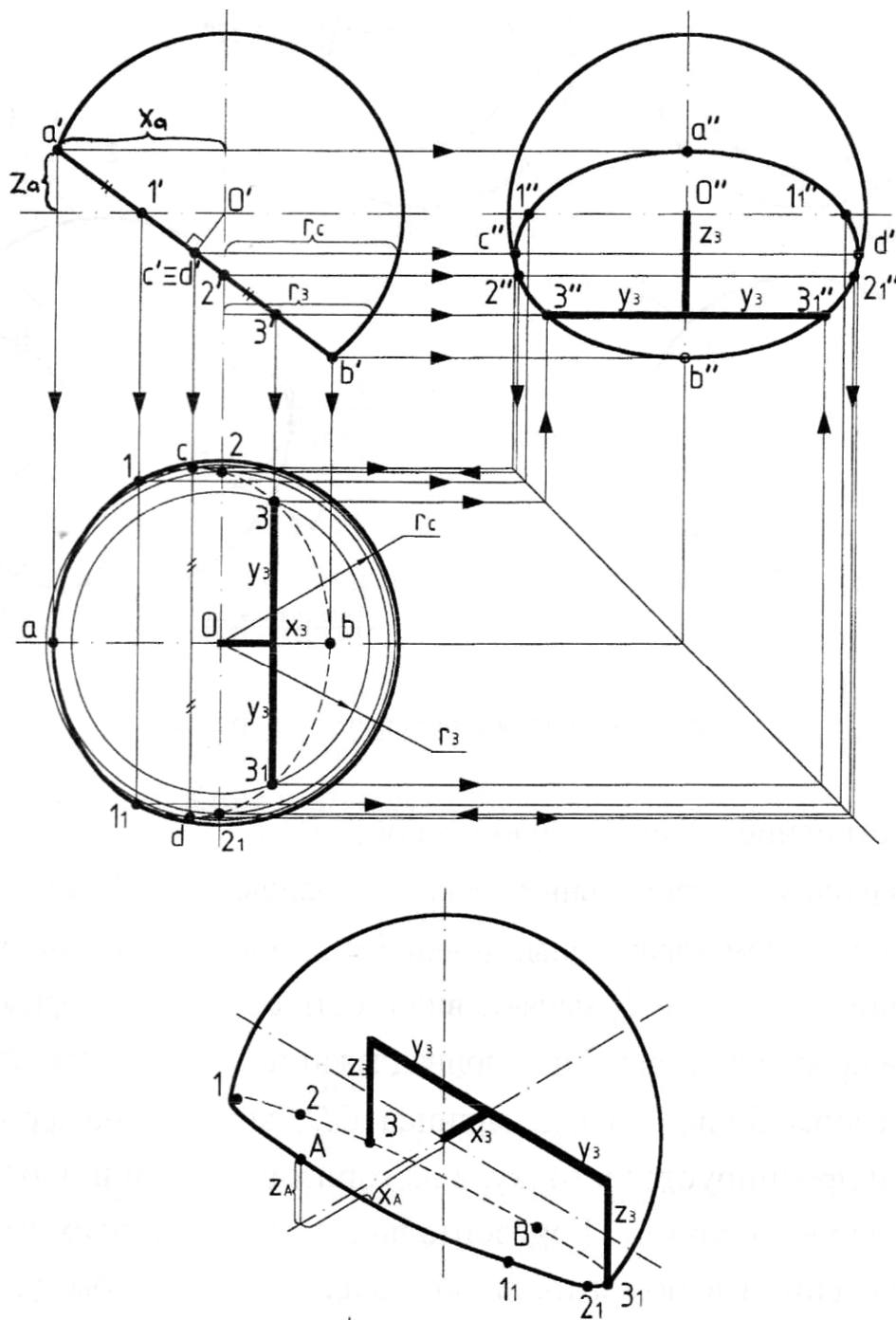


Рис. 5.15. Пересечение сферы проецирующей плоскостью

На рис. 5.16 представлен образец выполнения листа 2, где сфера пересечена тремя плоскостями частного положения, образующими сквозной вырез.

Плоскость $P \parallel H$, поэтому горизонтальная проекция этого сечения будет представлять собой окружность, радиус которой $r_1 = l'2'$.

Плоскость $Q \parallel W$, следовательно, на профильную плоскость это сечение проецируется также в виде окружности радиуса r_4 , на горизонтальную – в виде прямой.

Плоскость $T \perp V$, поэтому на горизонтальной и профильной плоскостях сечение – эллипс, все точки которого строим по фронтальной проекции проведением вспомогательных параллелей. Но начинаем построение с главных точек: 4 – наинизшие (точки излома); 5 – наивысшая; 6 и 6₁ – точки раздела видимости на плоскости W ; 7 и 7₁ – точки раздела видимости на плоскости H ; 8 и 8₁ – определяют большую ось эллипса.

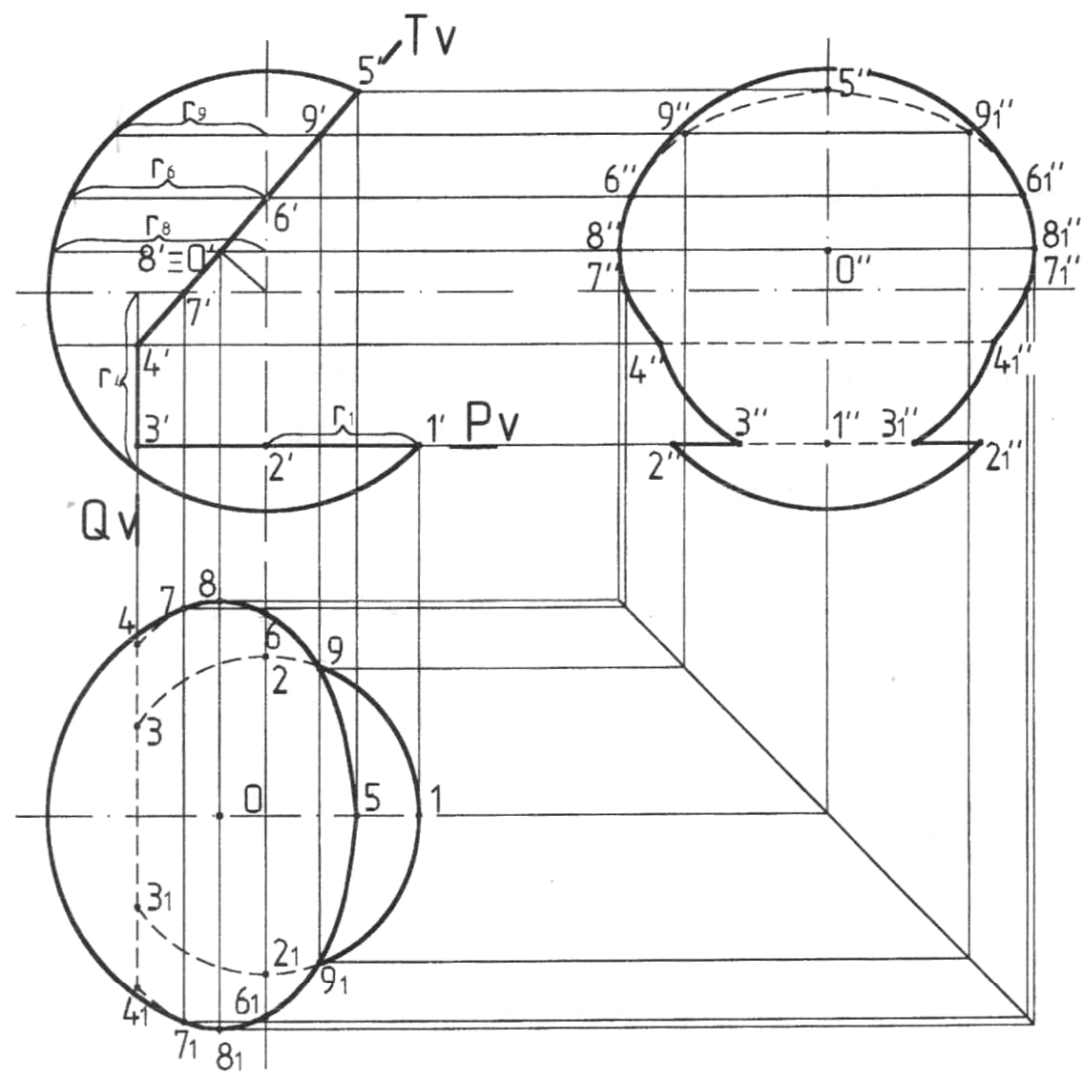
Точки 9 и 9₁ являются дополнительными.

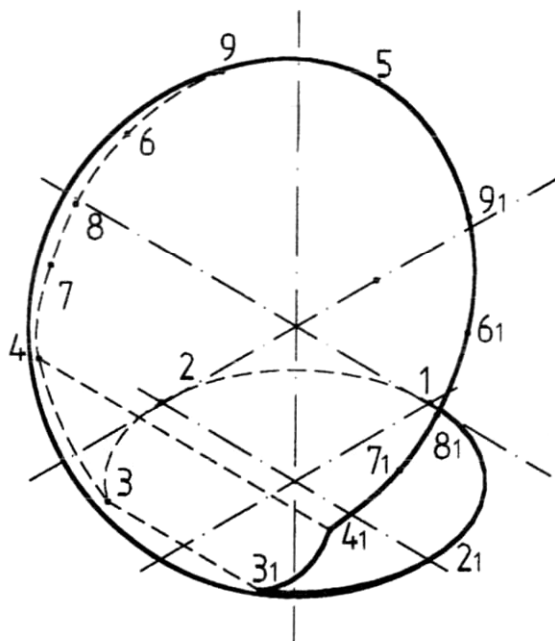
Теперь полученные точки соединяем между собой, определяем видимость и делаем обводку.

В правой части листа (рис. 5.16) построена прямоугольная изометрическая проекция данной сферы со сквозным вырезом.

Вопросы для самопроверки

1. Какова последовательность построения линии пересечения многогранников проецирующими плоскостями?
2. Укажите алгоритм построений при определении линий пересечения поверхностей вращения проецирующими плоскостями.
3. Какие точки линии пересечения называют опорными (главными)?
4. Каким образом находят промежуточные точки?
5. Какие линии могут получиться в результате пересечения прямого кругового цилиндра проецирующими плоскостями?
6. Укажите условия, при которых в сечении конуса вращения плоскостью получаются окружность, эллипс, гипербола, парабола, пересекающиеся прямые.
7. Какая линия получается при пересечении сферы любой плоскостью, и какими могут быть проекции этой линии?



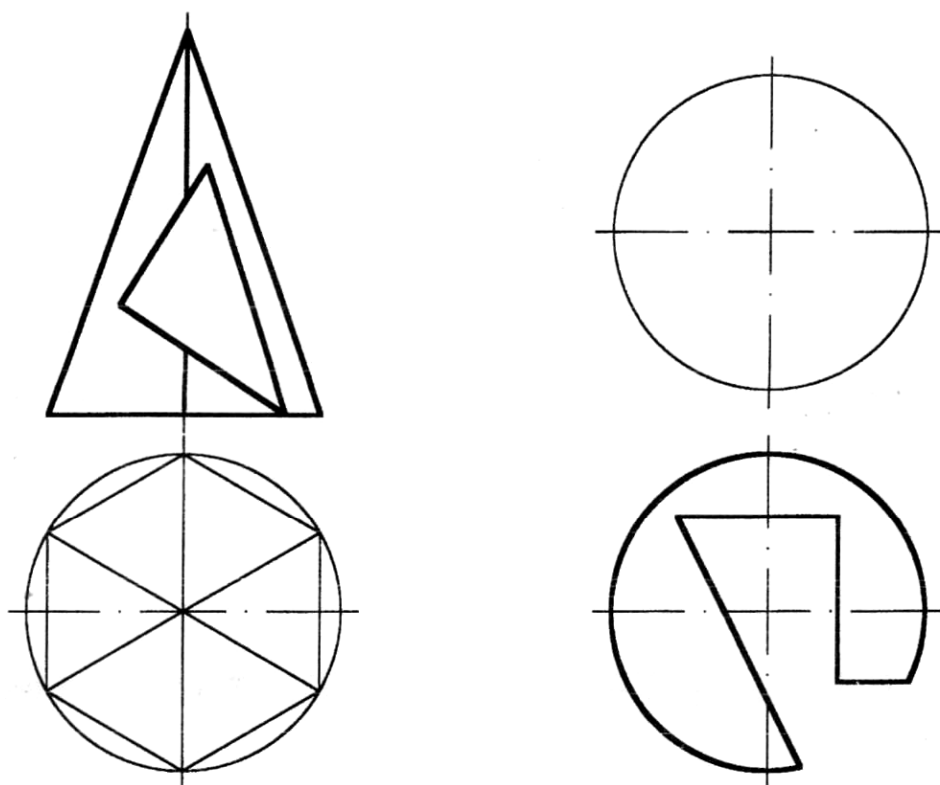


Сечение тел плоскостями				
Чертил	Иванов А.А.			ИИ НГПУ гр. В11
Принял	Сидоров И.И.			

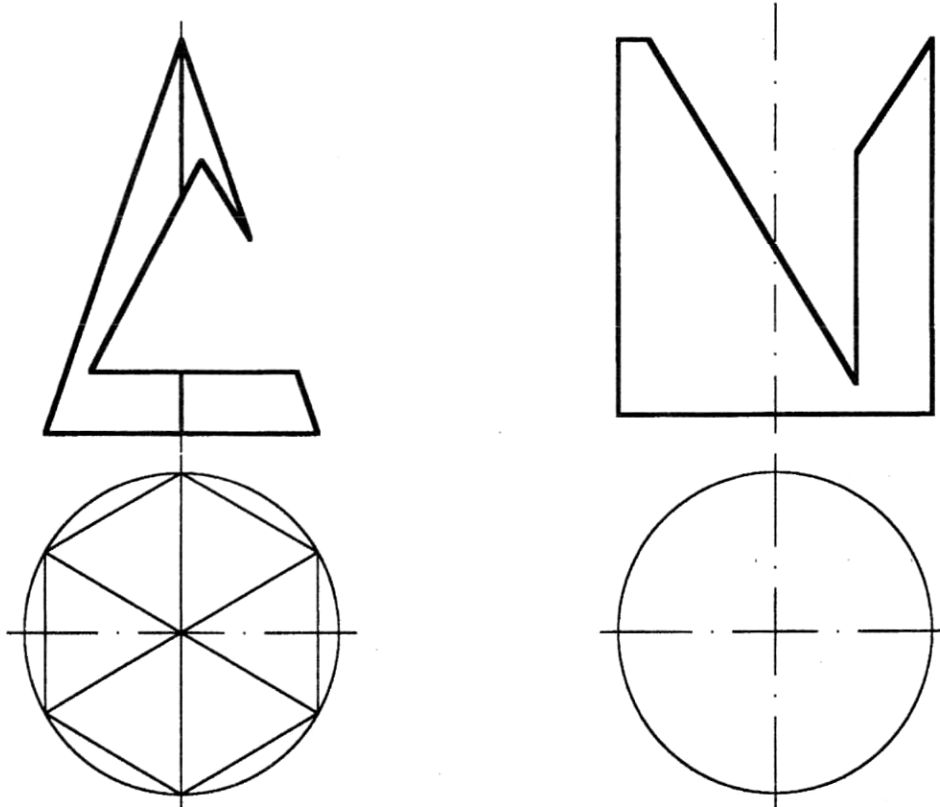
Рис. 5.16. Пример выполнения листа 2
«Пересечение поверхностей вращения плоскостями»

5. ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

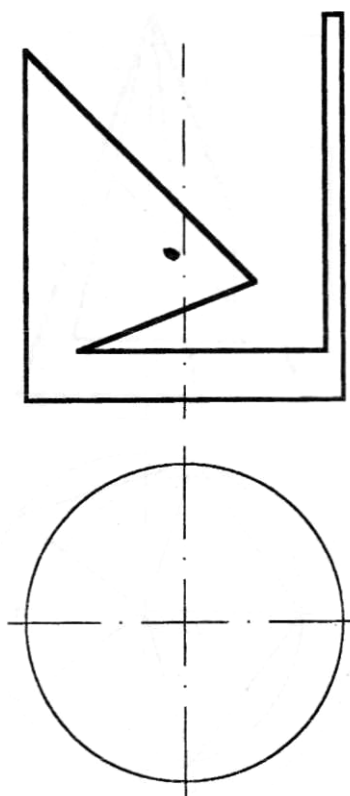
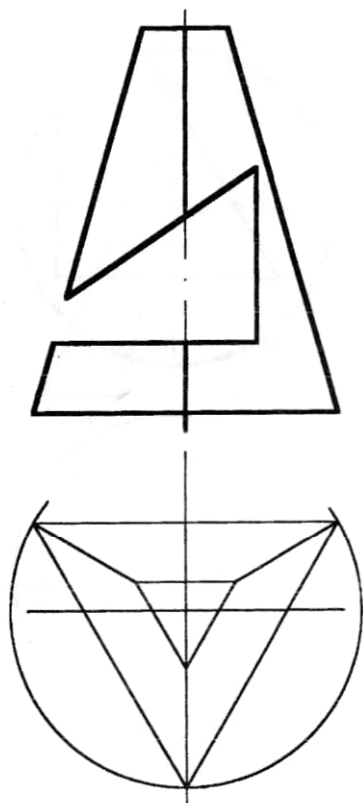
Вариант 1



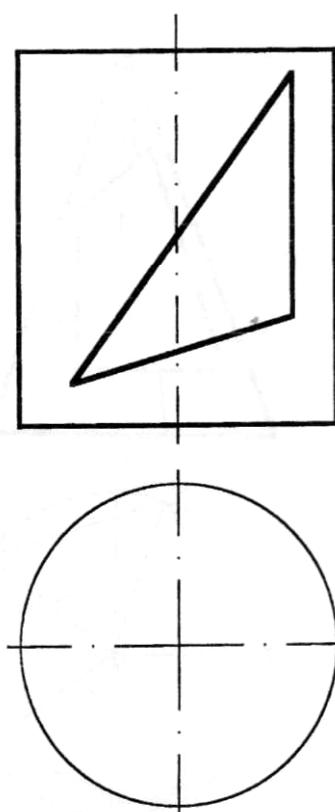
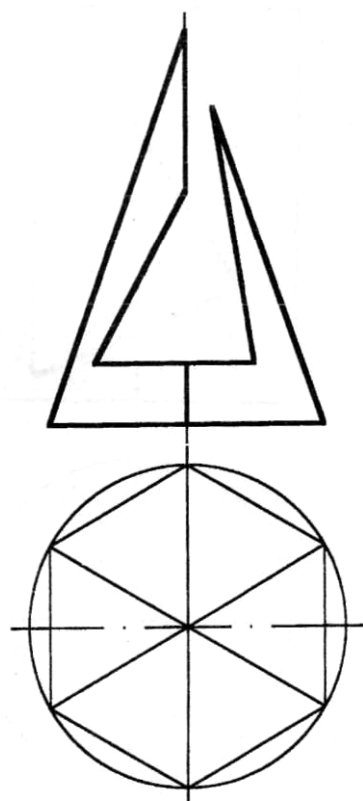
Вариант 2



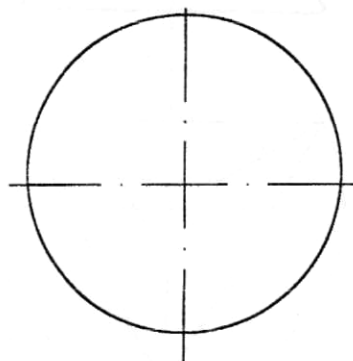
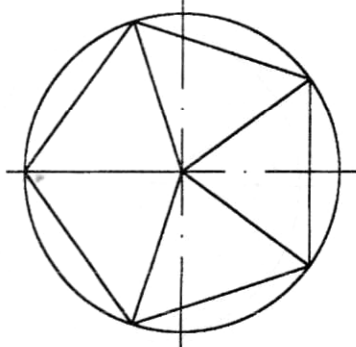
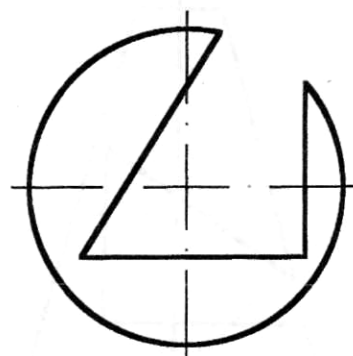
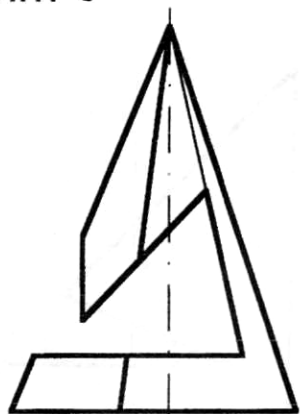
Вариант 3



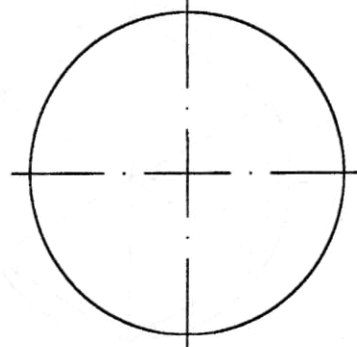
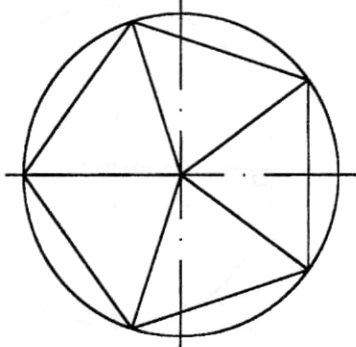
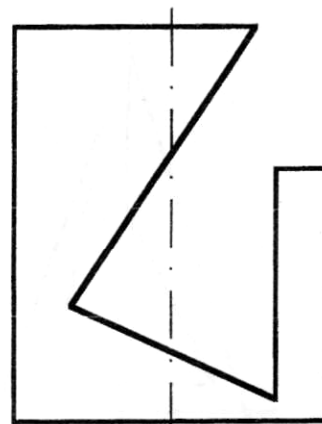
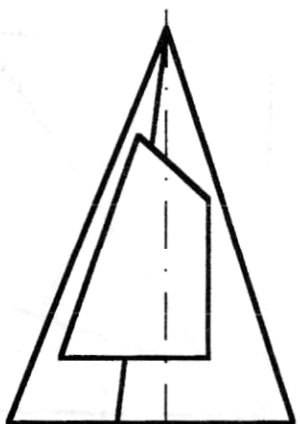
Вариант 4



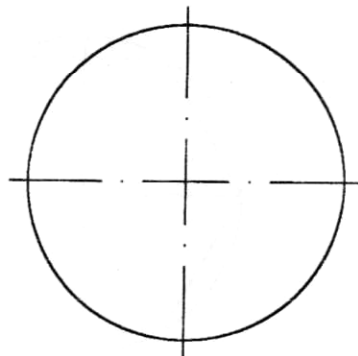
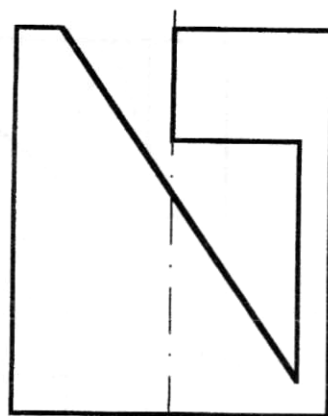
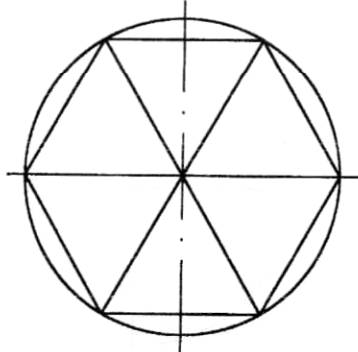
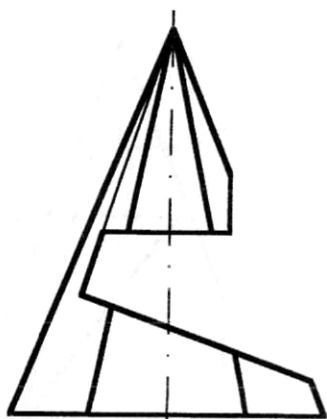
Вариант 5



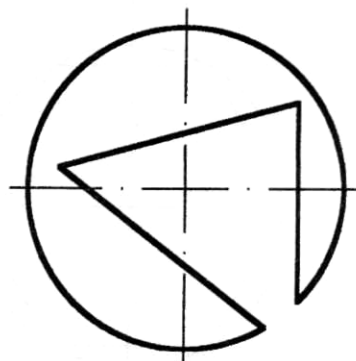
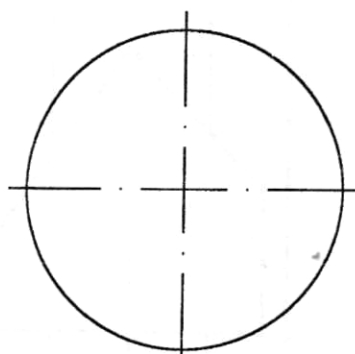
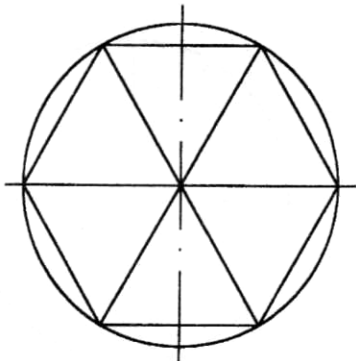
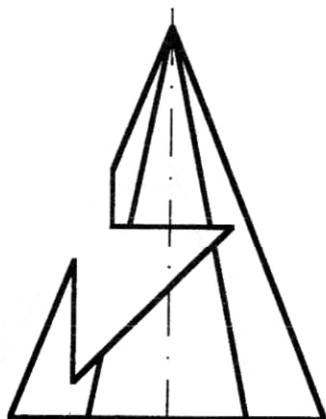
Вариант 6



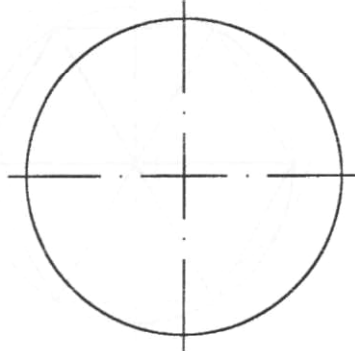
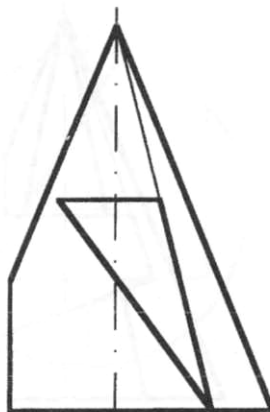
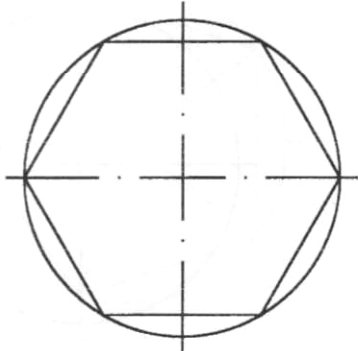
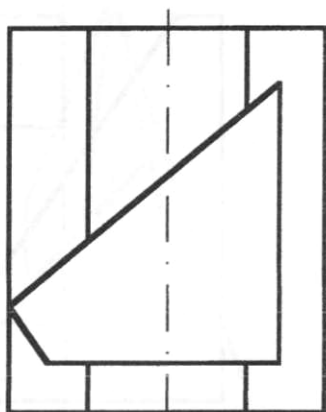
Вариант 7



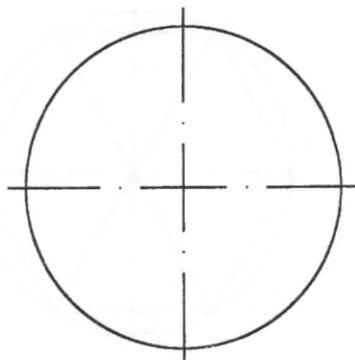
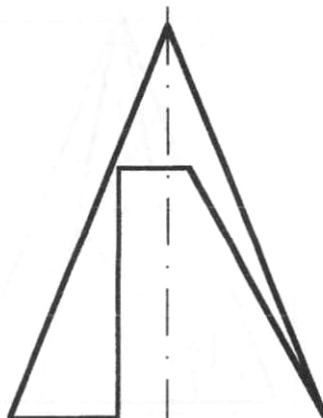
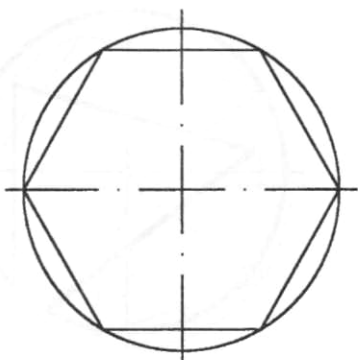
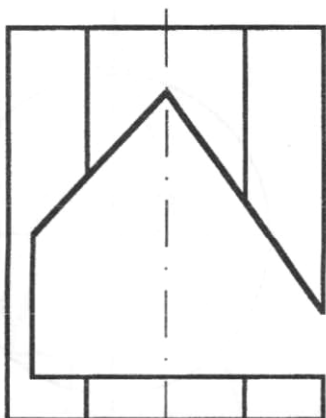
Вариант 8



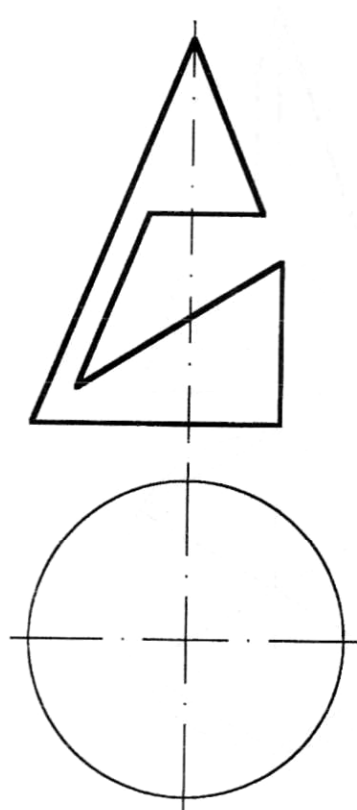
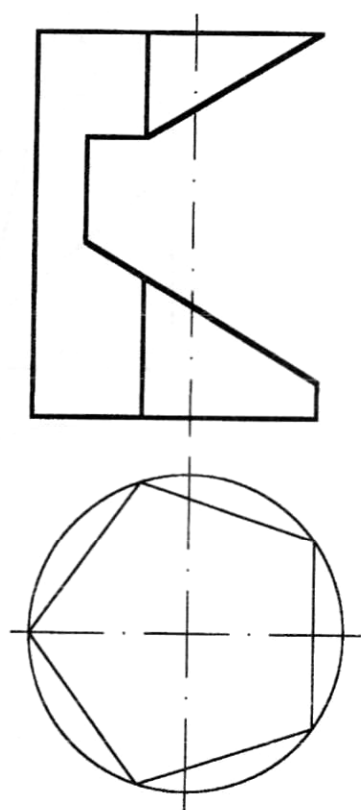
Вариант 9



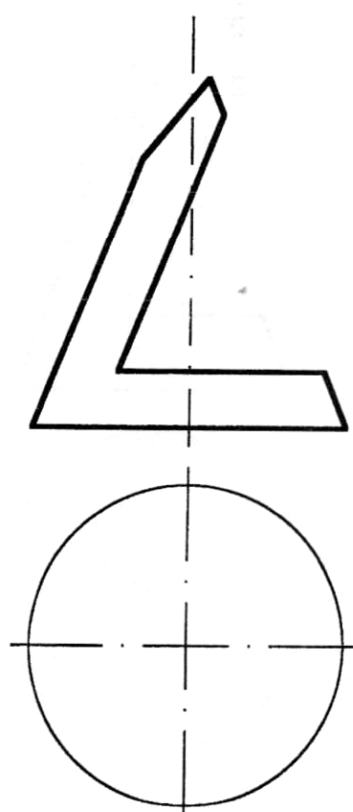
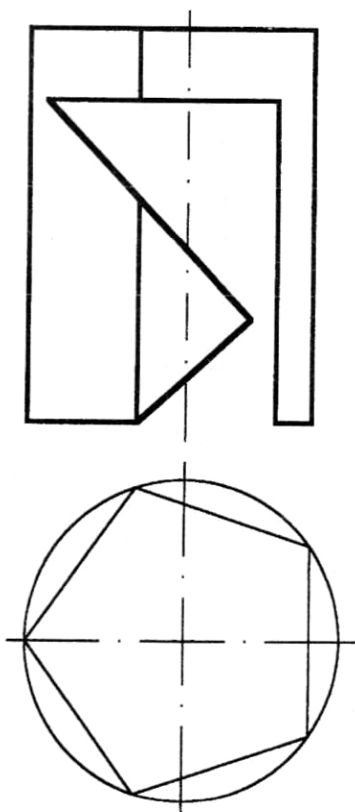
Вариант 10



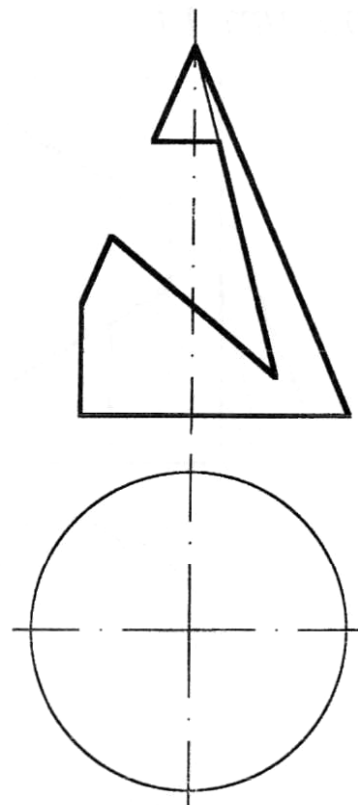
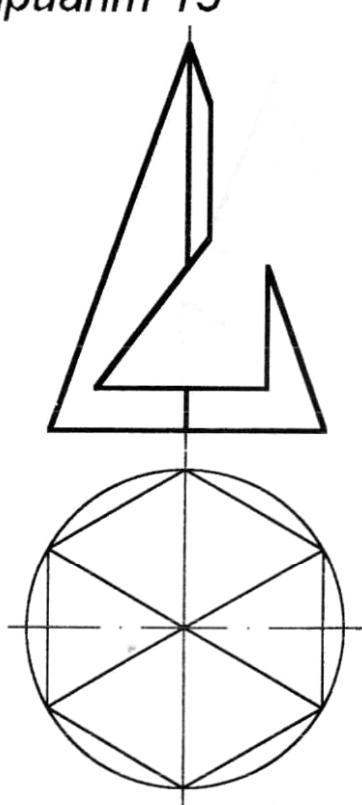
Вариант 11



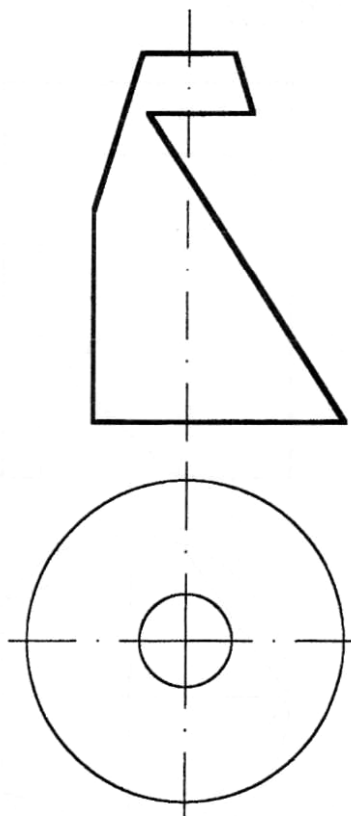
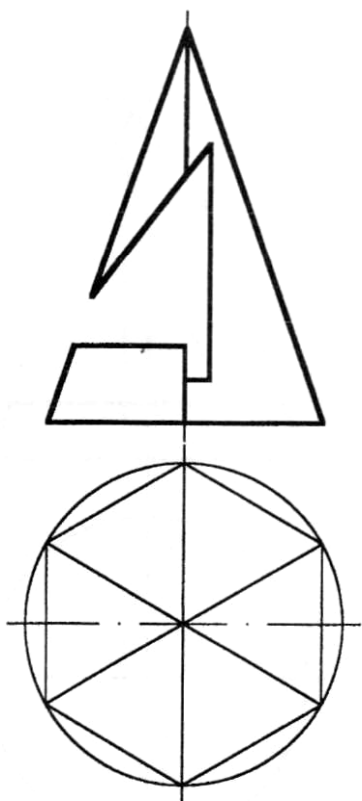
Вариант 12



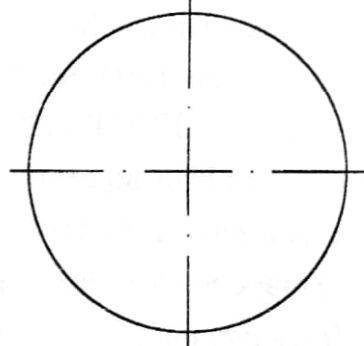
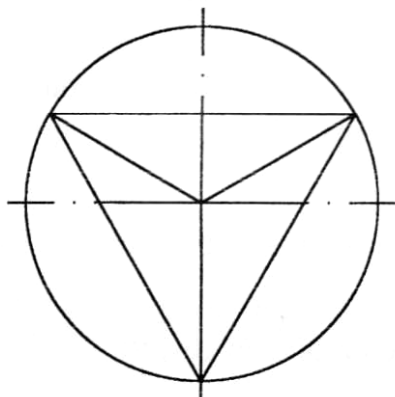
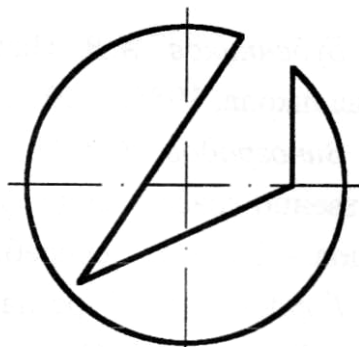
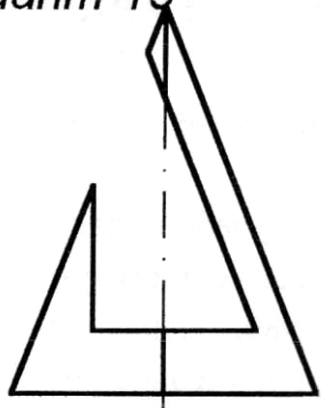
Вариант 13



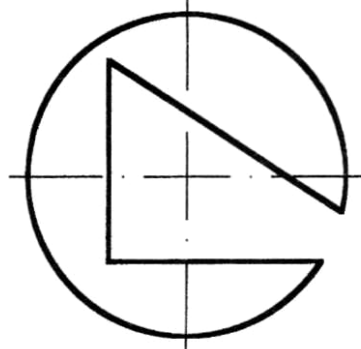
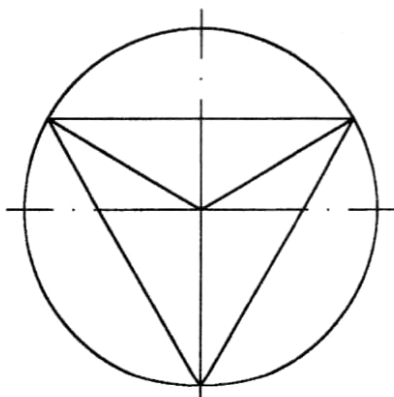
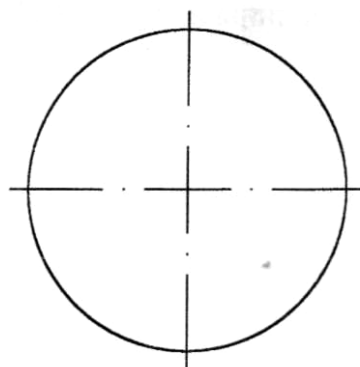
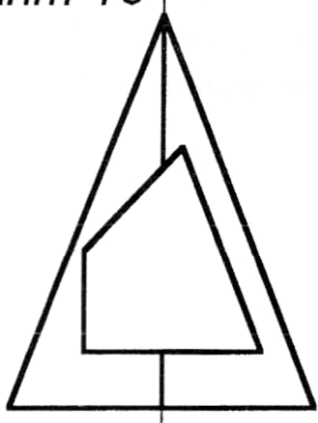
Вариант 14



Вариант 15



Вариант 16



РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Бубенников, А.В. Начертательная геометрия / А.В. Бубенников. – М.: Высшая школа, 1985. – 295 с: ил.

Виноградов, В.Н. Начертательная геометрия: учебник для студентов художественно-графических факультетов педагогических институтов / В.Н. Виноградов. – 2-е изд., перераб. – М.: Просвещение, 1989. – 239 с: ил.

Гордон, В.О. Курс начертательной геометрии: учебное пособие для втузов / В.О. Гордон, М.А. Семенцов-Огиевский; под ред. В.О. Гордона и Ю.Б. Иванова. – 24-е изд., стереотип. – М.: Высшая школа, 1998. – 272 с.

Единая система конструкторской документации: Общие правила выполнения чертежей. ГОСТ 2.301-68 (СТ СЭВ 1181-78) – ГОСТ 2.320-82 (СТ СЭВ 3332-81). – М.: Изд-во стандартов, 1984. – 199 с.

Ермоленко, Т.А. Аксонометрические проекции: учебное пособие / Т.А. Ермоленко. – Новосибирск: Изд. НГПУ, 1994. – 76 с.

Посвянский, А.Д. Краткий курс начертательной геометрии / А.Д. Посвянский. – М.: Высшая школа, 1998. – 240 с: ил.

Чекмарев, А.А. Начертательная геометрия и черчение: учебное пособие для студентов педагогических институтов по специальности 2120 «Общетехнические дисциплины и труд» / А.А. Чекмарев. – М.: Просвещение, 1987. – 400 с: ил.

ПРИЛОЖЕНИЕ
«АКСОНОМЕТРИЯ
И ИЗОБРАЗИТЕЛЬНОЕ ИСКУССТВО»

По наглядности аксонометрия ничуть не уступает художественному рисунку, выполненному по законам перспективы, поэтому ее иногда называют *параллельной перспективой*. Но в отличие от нее сохраняет метрические характеристики предметов, и именно поэтому искусствоведы подчас ошибочно думают, что аксонометрия имеет ограниченное применение – в инженерной графике при изображении деталей, узлов и т.п.

Но в искусстве «абсолютно» правильных методов не существует¹, и в определенных случаях она также «естественна», как и перспектива.

Еще до нашей эры в искусстве Египта, государств Месопотамии зародился этот способ передачи глубины. Сравнивая аксонометрическое изображение призмы (косоугольная фронтальная изометрия) (рис. 1) с рис. 2, очевиден общий закон построения, т.е. использование так называемой вольной (условной) перспективы.

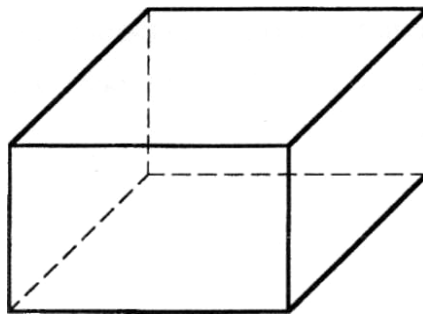


Рис. 1. Аксинометрическая проекция прямой призмы

На рис. 2 – 4 видно, что ряды людей (воины, работники и т.п.) изображались таким образом, что ступни их ног были на одной линии, но размеры при этом по мере удаления от наблюдателя не изменялись – прием «константности».

¹ Раушенбах Б.В. Системы перспективы в изобразительном искусстве. Общая теория перспективы. – М: Наука, 1986.

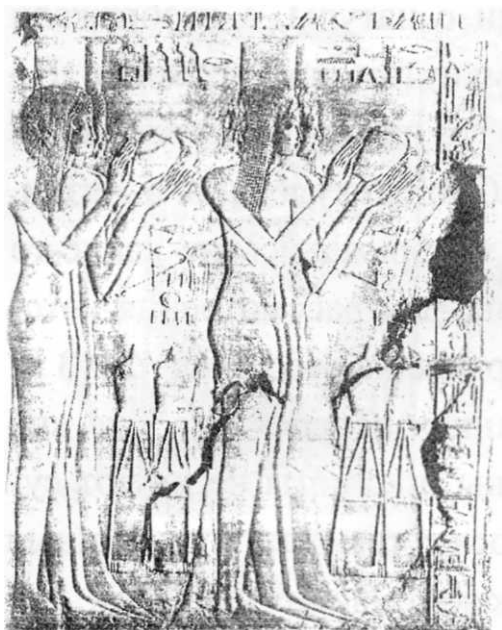


Рис. 2. Царевны со священными сосудами. Рельеф гробницы Херуфа в Фивах. XVIII династия. Конец XV в. до н.э.



Рис. 3. Возвращение стада. Рельеф гробницы Ти в Саккара. V династия. Середина 3 тыс. до н.э.



Рис. 4. Нубийские воины. Фрагмент росписи гробницы Джануни в Фивах. XVIII династия. Конец XV в. до н.э.



Рис. 5. Пьетро Лоренцетти. Воскресение. Роспись капеллы Орсини. 1320 – 1330-е годы

Использование системы аксонометрии можно наблюдать и в западном искусстве античности и Средневековья.

В это время художники не работали с натуры, а изображали предметы обстановки, как правило, в замкнутом пространстве. Но даже если речь шла о пейзажной живописи, то на картине показывали предметы по памяти, т.е. такими, как их наблюдал художник в жизни, а зритель мог узнавать их. Как правило, изображались не какие-то конкретные вещи, а их обобщенные образы, для рассмотрения которых человек должен был приблизиться к картине на расстояние 2 – 3 м, а то и ближе. Но на таких малых расстояниях перспектива уже «не работает», т.е. по мере удаления от картины предметы не имеют сужения или точки схода на линии кажущегося горизонта, и глубинные прямые будут оставаться параллельными, как это видит наш глаз.

В качестве примера можно привести фрагмент росписи капеллы Пьетро Лоренцетти (рис. 5), где передний и дальний план построены по законам аксонометрии. Лики ангелов на заднем плане показаны также без перспективных искажений, т.е. размеры фигур остаются постоянными.

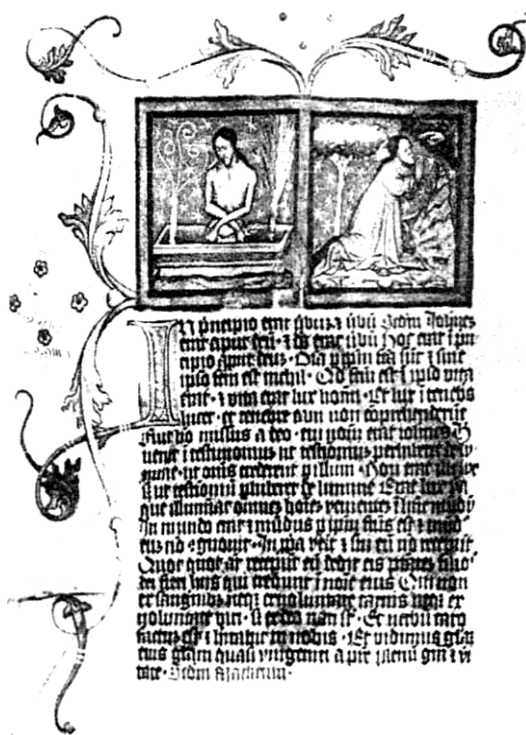


Рис. 6. Книжная миниатюра.

Словакия. Около 1410 г.

В XIII – XIV вв. использование этого метода можно встретить в религиозном искусстве, бытовой живописи, в книжной миниатюре Запада.

Рисунки к произведению выполнялись художником на свободном месте, оставленном каллиграфом. Миниатюра иллюстрировала отдельные моменты повествования, усиливая впечатление от того или иного события, описываемого в книге. Все эти рисунки объединяет метод, при котором прямые, уходящие в глубину, остаются параллельными друг другу, – метод аксонометрии (рис. 6–9).



Рис. 7. Последний суд.
Книжная миниатюра. Словакия.
Около 1410 г.

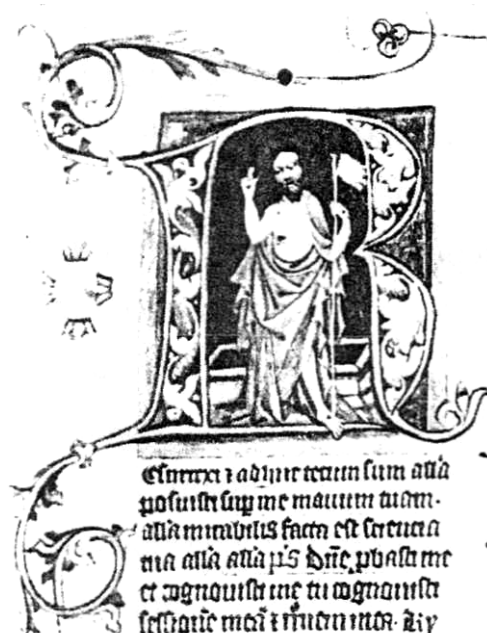


Рис. 8. Книжная миниатюра.
Словакия. 1400 – 1420 гг.



Рис. 9. Фрагмент книжной миниатюры. Словакия. Около 1487 г.

Художника не интересовало, как будет выглядеть пространство, он просто изображал отдельные предметы.

В эпоху Возрождения произошел поистине революционный переворот в живописи. Художники предложили новый метод научной перспективы, основанный на законах геометрии и одновременно учитывающий работу глаза и мозга человека. Большой вклад в теорию перспективы внес гениальный художник и ученый Леонардо да Винчи (1452 – 1519) – «классическое искусство Ренессанса берет свое начало от Леонардо»¹. Но даже такие творцы метода перспективы нередко отклонялись от ее правил.

¹ Дживегелов А. Леонардо да Винчи. – Изд. 3-е. – М: Искусство, 1974.

Надо сказать, что этот период для Флоренции, в частности, был отмечен не только рассветом искусства, но и бурным ростом экономики и промышленности.

Леонардо да Винчи, будучи не только художником, но и ученым, инженером, живо откликался на практические запросы современной жизни.

«Тетради Леонардо, в которых так много места отведено искусству, пестрят проектами валяльных, стригальных, прядильных, ткацких и иных машин, чертежами каналов и военной инженерии»¹.

Художник наряду с перспективными изображениями в основном использовал метод аксонометрии (рис. 10 – 15), его преимущество – высокая достоверность и простота построения. «К концу XVI в. такие изображения приобрели широкое применение в технических рисунках изобретателей Помпео Тарагоне, Витторио Цонка, Джовани Бранка...»².

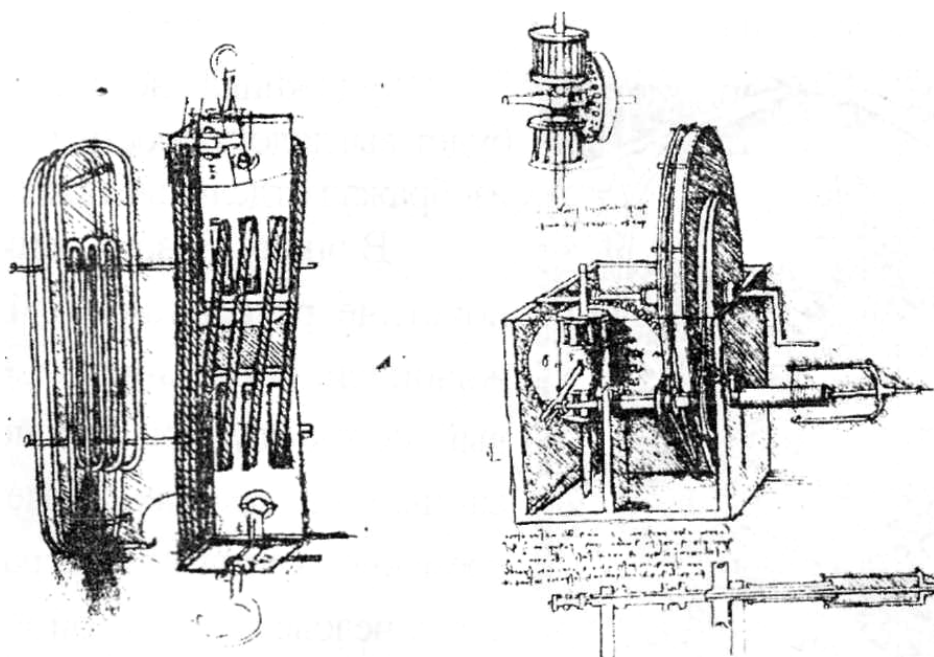


Рис. 10. Леонардо да Винчи. Чертеж прядильной машины с автоматическим веретеном

¹ Дживегелов А. Леонардо да Винчи...

² См.: Елисеев Н.А. Истоки становления и развития основ теории аксонометрии в России до 1950 г. // Совершенствование подготовки учащихся и студентов в области графики, конструирования и стандартизации. – Саратов: Саратовский государственный технический университет, 2003. – С. 51 – 57.

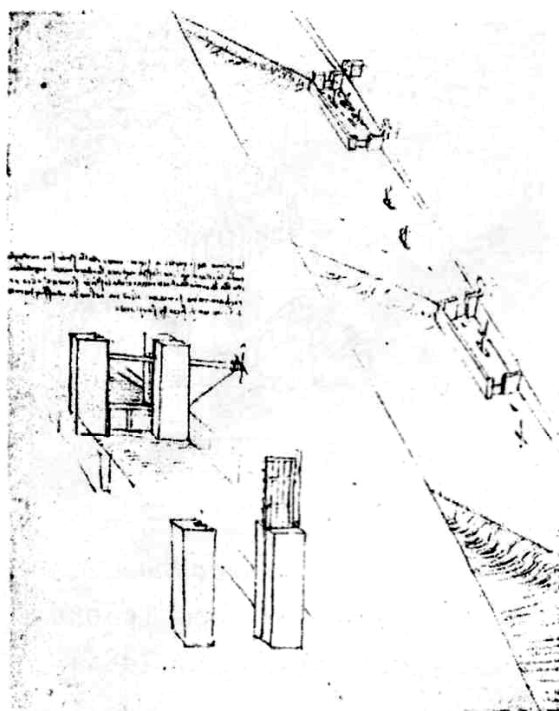


Рис. 11. Леонардо да Винчи.
Проект шлюзов

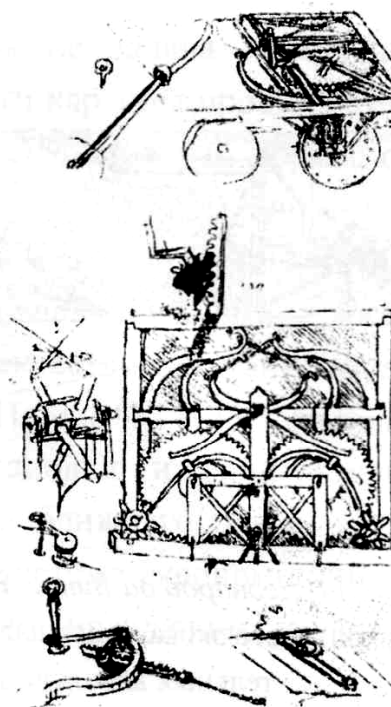


Рис. 12. Леонардо да Винчи. Чертеж
самодвижущегося вагона с двигателем

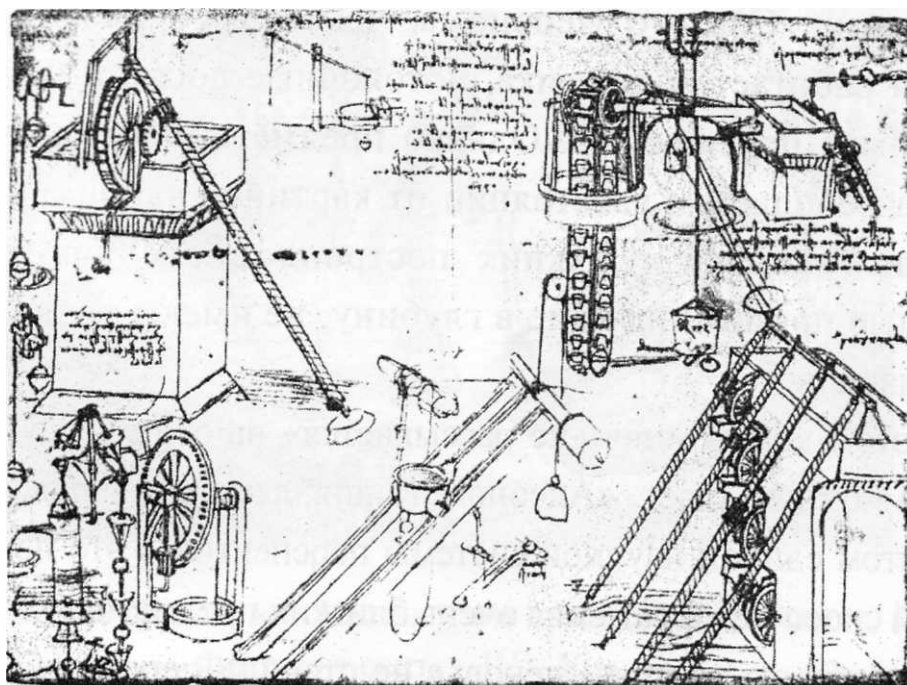


Рис. 13. Леонардо да Винчи. Устройство для подъема воды при помощи
черпальных ведер и резьбы Архимеда

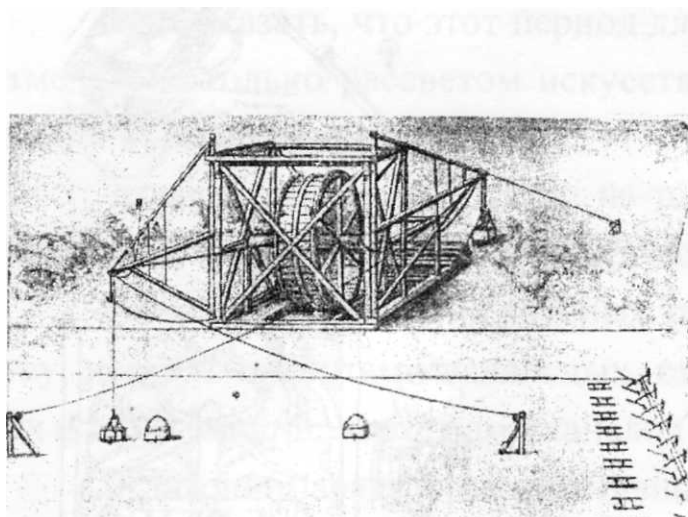


Рис. 14. Леонардо да Винчи. Рисунок сухопутного экскаватора для строительных каналов

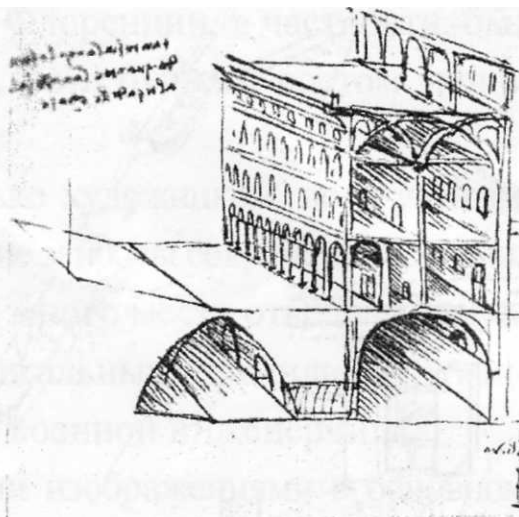


Рис. 15. Леонардо да Винчи. Схема «идеального» города с многоэтажными улицами. 1488 г.

Много научных трудов посвятил разработке методов построения перспективы и аксонометрии выдающийся немецкий ученый, гравер и художник Альбрехт Дюрер (1471 – 1528). Рассмотрим рис. 16: на нем автор изобразил Святого Иеронима, чеканящего икону. Стол, за которым он работает, скамеечка, потолочные доски и многое другое показаны в перспективе. Однако предметы обстановки, находящиеся на небольшом расстоянии от картины, например, основание колонны, книги, художник построил в аксонометрии, где параллельные прямые, идущие в глубину, не имеют точки схода на линии горизонта.

При этом композиция «не рассыпается» на отдельные предметы, что еще раз подтверждает: «Аксонометрия является совершенно законным вариантом единой научной системы перспективы, это наиболее рациональный способ изображения очень близких предметов.

...Античность и средневековье не ставили перед собой геометрическую задачу целостного изображения пространства. В те времена

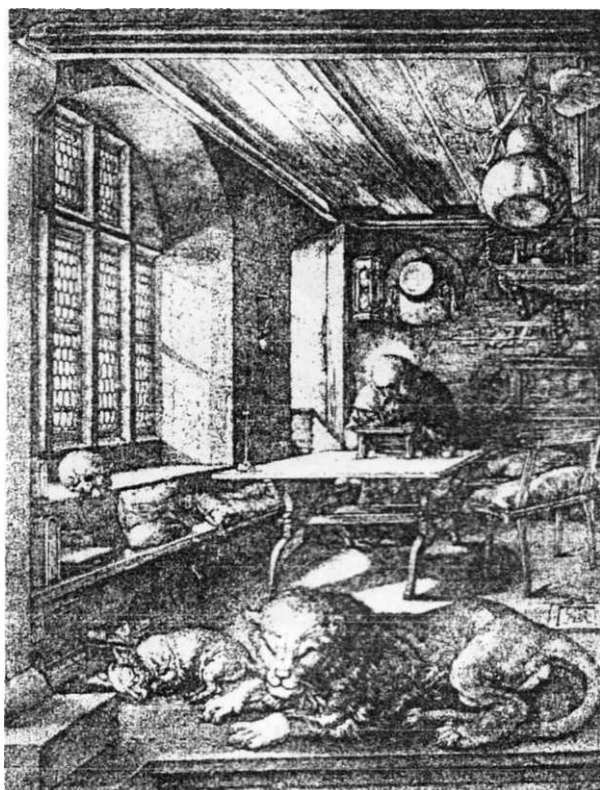


Рис. 16. Альбрехт Дюрер
Иероним в келье. 1521.

решалась не задача передачи на плоскости картины пространства, а лишь задача передачи формы, объема отдельных предметов»¹.

Это имеет отношение не только к западному, но и к восточному искусству (Китай, Япония, Корея). На рис. 17–23 все предметы обстановки и архитектурные элементы ближнего плана изображены в системе аксонометрии, что полностью оправдано и совпадает с нашим видением.

Но зачастую и дальние планы в таком искусстве также показывали в аксонометрии (рис. 18, 20, 21).



Рис. 17. Гу Кайчжи. Наставление придворным дамам.
Фрагмент свитка. IV – V вв.

¹ Раушенбах Б.В. Системы перспективы в изобразительном искусстве...



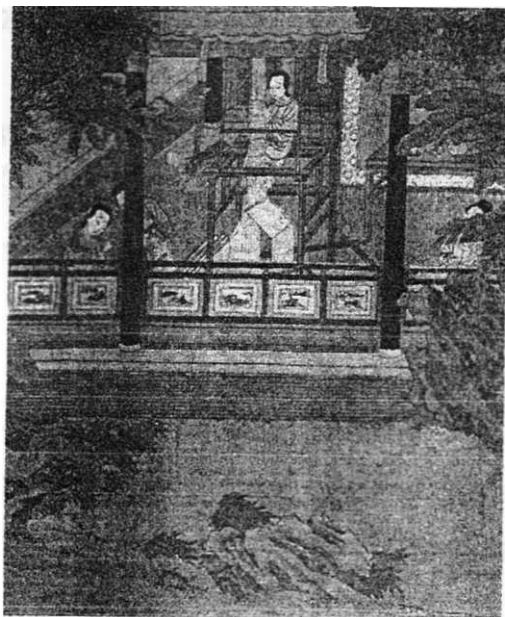
Рис. 18. Чжоу Фан. Ян Гуйфей после купания. 780 – 810 гг.



Рис. 19. Озорные сельские школьники. Альбомный лист. XII в.



Рис. 20. Неизвестный художник.
Дворцовый павильон и лодки. Альбомный лист. XII - XIII вв.



*Рис. 21. Чоу Ин. Поэма
о красном листе. Шелк, тушь.
Альбомный лист. XVI в*



*Рис. 22. Хокусай. Девушка,
работающая над моделью Фудзи.
Около 1824 г.*

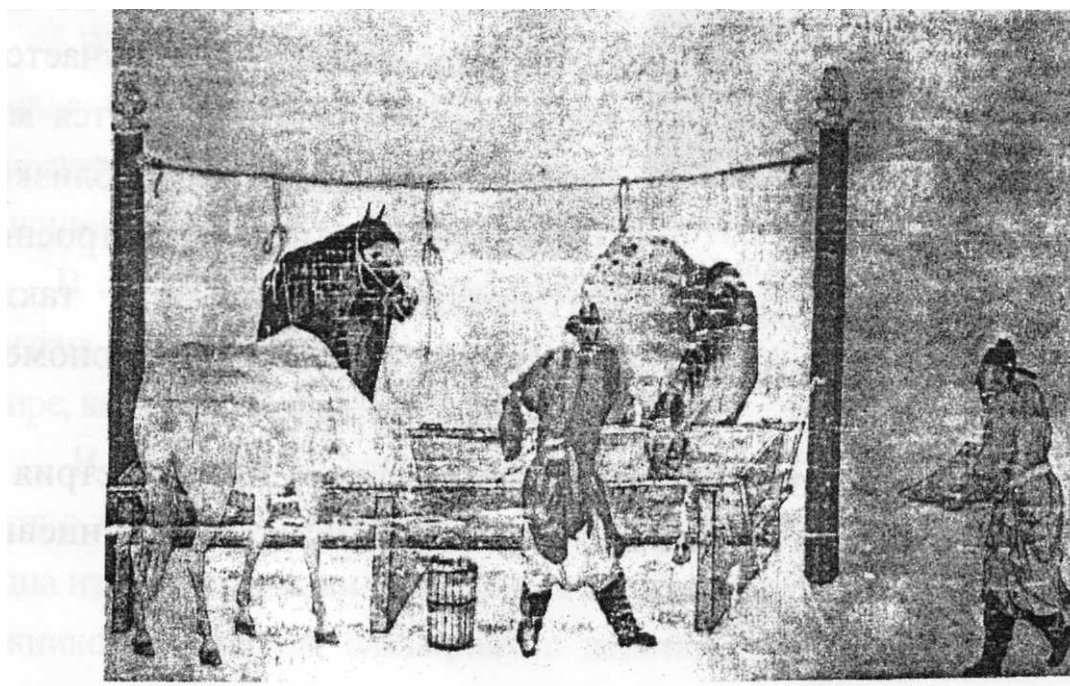


Рис. 23. Жень Женьфа. Конюхи с лошадьми. XIV в.

В миниатюрной живописи Арабского Востока мы также можем встретить этот метод изображения окружающего пространства.

В 1258 г. Багдад был занят внуком Чингисхана – Хулагуханом. На этом практически завершилось завоевание Ирана и Ирака. Вместе с монголами в регионе появились китайские ремесленники и живописцы, которых монгольская армия возила с собой. Поэтому, начиная с середины XIII в., в оформлении исламских книг чувствуется сильное влияние китайской миниатюры¹.

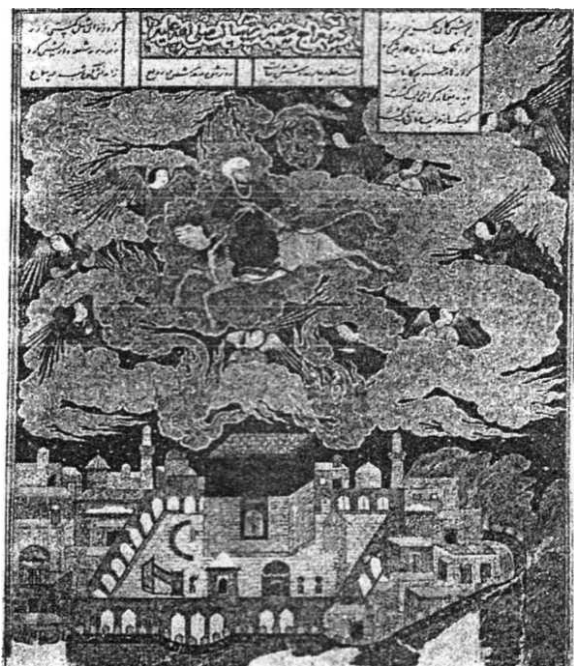


Рис. 24. Восхождение Мухаммада на небо на мифическом коне Бурак. Герат. 1495 г. «Хамса» Низами

Но в отличие от последней восточная миниатюра не знает светотеней и полутонов, а пространство условно «распластано» по листу. Обычно события делятся на два-три эпизода, по которым создаются самостоятельные композиции. Фигуры людей показаны без перспективного искажения, но никакой «мешанины» не получается, так как глубина изображается методом перекрытия, когда близкое заслоняет дальнее. Все строения и предметы обстановки также показаны в системе аксонометрии (рис. 24 – 26).

«Самобытное развитие получила условная аксонометрия в русской иконописи XIV – XVI вв., а также в миниатюрах Лицевых летописей XII – XVII вв.

¹ Сулейменова Ф. Миниатюра Востока // Наше наследие. – 1991. – № 5. – С. 28–37.

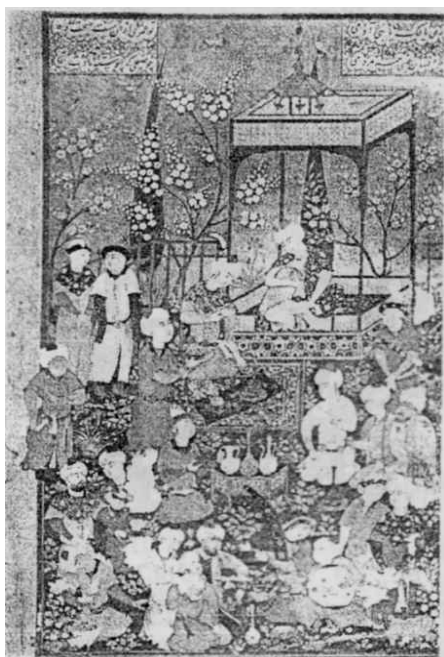


Рис. 25. Пир в саду. Бухара.
1548 - 1549 гг. «Равзат ул-
мухиббин» Махмуда Музаххиба

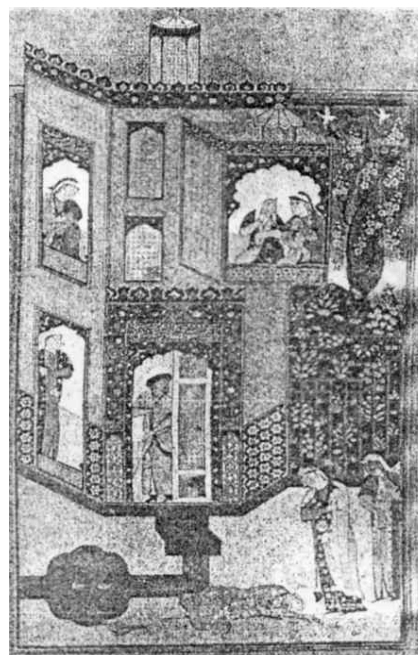


Рис. 26. Влюбленный поэт у ног воз-
любленной. Бухара. 1548-49 гг.
«Равзат ул-мухиббин».
Мубарака бин Халила

В XVI – XVII вв. в иконописи и особенно книжной миниатюре появляются сюжеты с отображением технических объектов и технологических процессов: литье колоколов, строительство домов и т.п. с применением условной косоугольной и прямоугольной аксонометрии¹.

В современном искусстве при изображении небольших предметов с близких расстояний можно наблюдать аксонометрию, например, в таком жанре, как натюрморт.

В качестве примера приведем полотно П.В. Кузнецова «Натюрморт с хрусталем» (рис. 27). «Аксонометричность изображения хорошо видна из конфигурации лежащей на столе квадратной салфетки, а учет художником эффектов, связанных с действием механизма константности форм, привел к тому, что верхняя часть вазы с фруктами как бы развернута на зрителя»².

¹ Раушенбах Б.В. Системы перспективы в изобразительном искусстве...

² Там же.



Рис. 27. П.В. Кузнецов.
Натюрморт с хрусталем. 1922 г.



Рис. 28. Е.Б. Лодыженский.
Публичка (деталь). 1968 – 1973 гг.

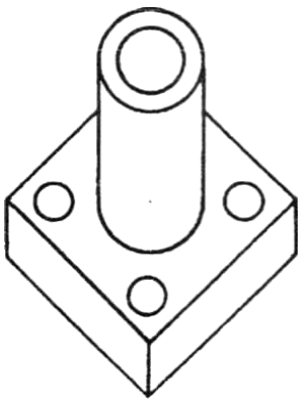


Рис. 29.
Косоугольная
горизонтальная
изометрическая
проекция

В картине Е.Б. Лодыженского «Публичка» также не используется научная перспектива (рис. 28). Паркет, стол, стулья, книги показаны без сужений, т.е. все, что параллельно плоскости пола или лежит в ней, художник, изобразил без искажений. Такой же принцип построения лежит в основе косоугольной горизонтальной изометрической проекции, где все элементы, параллельные горизонтальной плоскости проекций, показаны без искажений (рис. 29).

Аналогичный прием наблюдаем на дальнем плане (рис. 28), где предметы обстановки, фигуры людей показаны без изменений относительно фронтальной плоскости проекций, но «глубина» воспринимается правильно за счет пересечения дальних предметов ближними.

Можно приводить множество примеров, и все они будут подтверждать то, что «аксонометрия – это система научной перспективы для изображения небольших предметов, наблюдаемых с близких расстояний, преимущественно в закрытых помещениях»¹.

¹ Раушенбах Б.В. Системы перспективы в изобразительном искусстве...

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1. ПОРЯДОК ИЗУЧЕНИЯ КУРСА «ОСНОВЫ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ»	5
2. ТРЕБОВАНИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ	6
2.1. Шрифты чертежные. ГОСТ 2.304-81	9
2.2. Линии. ГОСТ 2.303-68	13
3. МЕТОДЫ ПРОЕЦИРОВАНИЯ	15
3.1. Метод центрального проецирования	16
3.2. Метод параллельного проецирования	17
3.3. Комплексный чертеж Монжа	18
3.4. Аксонометрический чертеж.....	22
3.5. Построение прямоугольных изометрических проекций геометрических фигур.....	23
4. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА.	
Лист 1 «Пересечение многогранников плоскостями».....	26
Лист 2 «Пересечение поверхностей вращения плоскостями».....	38
5. ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ	59
РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА	68
ПРИЛОЖЕНИЕ «АКСОНОМЕТРИЯ И ИЗОБРАЗИТЕЛЬНОЕ ИСКУССТВО»	69

Учебное издание

Ермоленко Татьяна Александровна
Федосеева Марина Александровна

ОСНОВЫ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Учебное пособие

Редактор *Н. А. Егина*
Компьютерная верстка *И. С. Сидоренко*

Лицензия ЛР № 020059 от 24.03.97 г.
Гигиенический сертификат № 54. НК. 05.953. П. 000149. 12.02 от 27.12.02 г.

Подписано в печать 13.09.06 г. Формат бумаги 60х84/8.
Печать RISO. Уч.-изд. л. 10,5. Усл. п. л. 9,76. Тираж 200 экз.
Заказ № 82

Педуниверситет, 630126, г. Новосибирск, ул. Вилюйская, 28